

André Della Rocca Medeiros

Uma Metodologia para Alocação de
Custos em um Ambiente
Desregulamentado de Energia
Elétrica

Florianópolis

2003

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

Uma Metodologia para Alocação de Custos em um Ambiente Desregulamentado de Energia Elétrica

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

André Della Rocca Medeiros

Florianópolis, Julho de 2003.

Uma Metodologia para Alocação de Custos em um Ambiente Desregulamentado de Energia Elétrica

André Della Rocca Medeiros

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Potência*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.
orientador

Prof. Edson Roberto de Pieri, Dr.
Coordenador do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa Catarina.

Banca Examinadora

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.
orientador

Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.
co-orientador

Prof. Membro I, Dr.

Prof. Membro II, Dr.

Prof. Membro III, Dr.

*A verdadeira descoberta
não consiste em divisar novas terras,
mas em ver com novos olhos.*

Marcel Proust

*Dedico esta tese à minha mãe,
Wilma Della Rocca Medeiros.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pela oportunidade e condições dadas para trilhar por estes caminhos sinuosos, mas recompensadores da pesquisa científica.

Aos meus pais Alcélcio e Wilma, por não medirem esforços para me proporcionar uma boa educação formal e pelos exemplos de vida que muito contribuíram para minha formação de caráter.

Ao meu orientador Prof. Roberto Salgado, grande amigo e parceiro desde os projetos desenvolvidos na minha iniciação científica, a quem devo um agradecimento especial pelo incentivo e disposição permanente para reuniões de trabalho à noite, finais de semana e feriados, fundamentais para a conclusão deste trabalho.

Ao meu co-orientador Prof. Hans Helmut Zürn, por quem tenho muito apreço e admiração pelo exemplo de vida e dedicação profissional.

Aos meus colegas de trabalho, pelo incentivo e em particular a Marcos Keller Amboni pelas discussões proveitosas que tivemos sobre o tema abordado nesta tese.

Também agradeço a César Claure Torrico por providenciar o modelo em \LaTeX usado neste trabalho.

Enfim, agradeço de coração a todas as pessoas que torceram e contribuíram para esta conquista.

André Della Rocca Medeiros

Julho de 2003.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Uma Metodologia para Alocação de Custos em um Ambiente Desregulamentado de Energia Elétrica

André Della Rocca Medeiros

Abril/2003

Orientador	: Prof. Roberto de Souza Salgado
Área de Concentração	: Sistemas de Potência
Palavras-chave	: Alocação de custos, Fluxo de Potência Ótimo, Método de Pontos Interiores, Teoria dos Jogos Cooperativos, Valores de Aumann-Shapley
Número de Páginas	: 147

A reestruturação das empresas de energia elétrica que vem ocorrendo em diversos países, tem modificado as estratégias de gerenciamento e operação dos sistemas de potência. Uma das principais mudanças observadas é a transformação de um ambiente verticalizado e regulado num ambiente de contratos entre os diversos agentes integrantes. A implantação do novo modelo exige tanto a decomposição como a alocação dos custos relacionados ao suprimento de energia elétrica.

Técnicas alocação de custos e estabelecimento de preços baseadas em custos marginais podem gerar excedentes de remuneração e apresentam volatilidade, pois refletem condições instantâneas. Por outro lado, a divisão do custo via critérios do tipo *pro rata* recupera exatamente o custo do serviço porém resulta em penalizações indiscriminadas.

Neste trabalho, propõe-se o uso da metodologia de Aumann-Shapley para a alocação de custos, pois a mesma satisfaz as propriedades fundamentais requeridas para uma alocação *justa*. Mostra-se que esta metodologia pode ser aplicada de forma generalizada na alocação de custo de potências ativa e reativa, das perdas de potência ativa na rede de transmissão e do congestionamento. Sua aplicação permite recuperar o valor do serviço com precisão, fornecendo os fatores efetivos de participação de cada agente no custo total, independentemente das perdas e do congestionamento na rede.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the
refinements for the degree of Doctor in Electrical Engineering

A Cost Allocation Metodology for Deregulated Electric Energy Markets

André Della Rocca Medeiros

April/2003

Advisor : Prof. Roberto de Souza Salgado
Area of concentration : Electrical Power System
Keywords : Cost Allocation, Optimal Power Flow,
Nonlinear Interior Point Methods,
Cooperative Game Theory,
Aumann-Shapley values
Number of Pages : 147

In the last decade the electric power utilities have been restructured, leaving a vertical monopolist structure to adopt a model in which the services of generation, transmission and distribution are offered by different agents in a competitive way. These changes required the development of a new pricing methodology for each service as well as strategies for allocating of the power generation cost, transmission loss and congestion cost among the consumers. Traditional approaches for these purposes are based on the division of the generation cost proportional to the amount of bus demand or the direct use of the marginal cost obtained as a solution of the economic dispatch.

Although very used, the marginal costs do not assure a fair generation cost division. In other words, the summation (for all buses) of the products of the nodal factors determined in the OPF solution by the corresponding bus power injection does not match the total generation cost. On the other hand, if the cost is divided proportionally to the bus power injection the amount of transmission loss due to each bus is not taken into account, which can make the allocation of the cost share unfair.

This work proposes the combination of the Cooperative Game Theory with the non-linear Optimal Power Flow, to allocate the active and reactive power generation costs, the active power transmission loss and the congestion cost among the consumers. The proposed approach consists of obtaining the participation factors of each agent of the power system in the amount to be shared. Here, these factors are called *Aumann-Shapley values* and are computed by integrating the marginal cost obtained from the OPF over a load interval. This strategy provides nodal participation factors, which allow to recover the amount to be shared within a satisfactory accuracy level.

Sumário

1	Introdução	1
2	Desregulamentação do Mercado de Energia Elétrica	6
2.1	Introdução	6
2.2	Histórico	7
2.3	Motivações para a Desregulamentação	8
2.4	Gerenciamento da Energia em Sistemas Desregulamentados	9
2.5	Modelos de Organização dos Mercados de Energia Elétrica	11
2.6	Principais Problemas	12
2.6.1	Atendimento da Demanda na Nova Indústria (Mercado Primário de Eletricidade)	14
2.6.2	Compensação das Perdas	15
2.6.3	Restrições Operacionais	15
2.6.4	Acompanhamento da Carga em Tempo Real	17
2.6.5	Confiabilidade	17
2.6.6	Acesso à Rede de Transmissão	18
2.7	Modelo Vigente no Brasil	20
2.8	Conclusão	25
3	O Problema de Alocação de Custos	27
3.1	Estabelecimento de Preços	27
3.1.1	Potência Ativa	28
3.1.2	Potência Reativa	30
3.2	Alocação de Custos em Mercados <i>Pool</i>	34
3.2.1	Modelo Barra Única	35
3.2.2	Modelo Nodal	38

3.3	Alocação do Custo das Perdas	40
3.4	Alocação do Custo de Congestionamento	42
3.4.1	Congestionamento Associado ao Provimento de Reativos	43
3.4.1.1	Exemplo	46
3.4.2	Congestionamento por Limite de Fluxo de Potência	48
3.5	Conclusão	52
4	Teoria dos Jogos	55
4.1	Teoria dos Jogos Não-Cooperativos	56
4.2	Teoria dos Jogos Cooperativos	58
4.3	Método do Nucleolus	65
4.4	O Problema de Alocação via Custos Marginais	67
4.5	Metodologia de Aumann-Shapley	69
4.6	Exemplo - Alocação de Perdas	74
4.7	Exemplo de Alocação de Custo de Geração de Potência Ativa	77
4.8	Volatilidade dos custos marginais	78
4.9	Conclusões	81
5	Alocação de Custos via Teoria dos Jogos	82
5.1	Descrição dos Problemas Abordados	82
5.1.1	Alocação do Custo de Potência Ativa	84
5.1.2	Alocação do Custo de Potência Reativa	88
5.1.3	Alocação das Perdas de Potência Ativa	88
5.1.4	Alocação do Custo do Congestionamento	90
5.1.4.1	Congestionamento por Limite de Fluxo nas Linhas de Transmissão	90
5.1.4.2	Congestionamento Associado à Potência Reativa . . .	92
5.1.5	Análise dos Multiplicadores Duais	93
5.1.5.1	Limites de Geração de Potência Ativa	93
5.1.5.2	Limites de Magnitude da Tensão	94
5.1.5.3	Limites de Geração de Potência Reativa	94
5.1.5.4	Limites de Fluxo de Potência	95
5.1.6	Algoritmo	95
5.2	Exemplos	96

5.2.1	Alocação do Custo de Potência ativa	97
5.2.1.1	Modelo Nodal: Linhas sem Perdas - Carga Reativa Nula	97
5.2.1.2	Comparação <i>pro-rata</i> x Aumann-Shapley	98
5.2.1.3	Modelo Nodal: Linhas com Perdas - Carga Reativa Nula	98
5.2.1.4	Separação do Custo das Perdas	100
5.2.1.5	Modelo Nodal: com Perdas e Carga Reativa Diferente de Zero	101
5.2.1.6	Carga em Barras de Geração	102
5.2.2	Alocação das Perdas de Potência Ativa via AS	102
5.2.3	Alocação do Custo de Congestionamento	103
5.2.4	Alocação do Custo de Congestionamento via Multiplicadores Duais Unitários	105
5.2.5	Alocação do Custo de Potência Reativa	106
5.2.5.1	Análise da Evolução dos Multiplicadores de Lagrange .	108
5.2.5.2	Multiplicadores Duais de Tensão	109
5.2.5.3	Integração dos Multiplicadores Duais de Tensão	110
5.2.5.4	Multiplicadores Duais de Potência Reativa Gerada . .	111
5.2.5.5	Integração dos Multiplicadores Duais de Geração de Potência Reativa	112
5.3	Conclusões	113
6	Resultados Numéricos	115
6.1	Considerações Preliminares	115
6.2	Custo de Geração de Potência Ativa	116
6.2.1	Caso sem Perdas	116
6.2.2	Caso com Perdas e Demanda de Potência Reativa	118
6.2.3	Redução do Fator de Potência	119
6.2.4	Verificação de Subsídio Cruzado	122
6.3	Alocação do Custo das Perdas de Potência Ativa	125
6.3.1	Diferença dos Custos Unitários	125
6.3.2	Alocação via Matriz de Impedância de Barra	126
6.4	Alocação do Custo de Congestionamento	127
6.5	Alocação via Multiplicadores de Lagrange com Fator de Escalonamento	130
6.6	Uso dos Multiplicadores Duais das Restrições de Tensão	130

6.7	Uso dos Multiplicadores Duais de Potência Reativa	133
6.8	Conclusões	135
7	Conclusões e Sugestões para Futuros Trabalhos	137
7.1	Contribuições	140
7.2	Sugestões para futuros trabalhos	140
A	Dados do Sistema de 54 Barras	142

Capítulo 1

Introdução

O setor elétrico brasileiro, assim como o de outros países, passa atualmente por um processo de reestruturação, saindo de uma estrutura vertical monopolista para adotar um modelo onde os serviços de geração, transmissão, e distribuição são oferecidos por empresas distintas. Além disso, a própria comercialização da energia passa a ser feita por diversos agentes. Em decorrência destas mudanças, torna-se necessário o estabelecimento de uma nova estrutura de divisão de custos para cada serviço ofertado.

Na estrutura vertical, o preço da energia engloba, além do custo de geração de potência ativa, outros custos operacionais para garantir o atendimento aos usuários com qualidade e segurança. No modelo vigente, esses serviços adicionais são separadamente contabilizados. Para exemplificar, no modelo inicialmente proposto para o sistema brasileiro, além do custo de geração de potência ativa, foi definida uma série de itens a serem contabilizados, tais como [1, 2]:

- Restrições de transmissão dentro dos submercados.
- Variações na disponibilidade e demanda.
- Perdas na transmissão.
- Desvios de programação efetuados pelo operador do sistema.
- Falhas em geradores.
- Custos dos testes de disponibilidade.

- Custo de contrato de capacidade.
- Serviços ancilares.

Uma característica importante do mercado de energia elétrica é que esses serviços são utilizados por múltiplos usuários através de uma única rede de transmissão. Assim sendo, torna-se necessário definir uma regra de repartição de custos que identifique a parcela exata que cabe a cada usuário da rede por cada serviço acessado.

Estruturas de tarifação e regras para divisão de custos têm sido amplamente discutidas, sendo as mesmas influenciadas pelo tipo de modelo de reestruturação adotado em cada país. Os modelos de reestruturação se dividem basicamente em duas categorias: o modelo Bilateral e o modelo *Pool*. O primeiro se baseia no princípio de que a livre competição de mercado é o caminho para a eficiência econômica. Neste modelo, fornecedores e consumidores fazem acordos de forma independente, sem a interferência do *Operador do Sistema*. Incentivos econômicos induzem os geradores a buscar *melhores* consumidores e os consumidores a procurar os menores preços. No segundo modelo, as empresas participantes se combinam para formar uma *super-empresa*, na forma de um *pool*, e a estrutura de mercado é alterada para se adaptar a super-empresa. Fornecedores e consumidores se apresentam ao *pool* e o operador do sistema assegura o balanço de potência, a confiabilidade/segurança da rede e coordena o acesso à rede de transmissão. Ao invés de acordos bilaterais livres entre geradores e consumidores, o operador determina quais contratos serão aceitos ou rejeitados, e ajusta os preços dos contratos firmados com o objetivo de promover a eficiência econômica. Ou seja, busca-se a minimização do custo total de geração. O aspecto comum destes modelos é que ambos devem garantir o livre acesso à rede de transmissão. Para isto, alguns princípios para alocação de preços de transmissão são, sugeridos pelo *Stanford Energy Modeling Forum* e descritos nos trabalhos [3, 4], devem ser observados:

- Promover a eficiência diária do mercado de energia.
- Sinalizar vantagens locais para investimento em geração e carga.
- Indicar a necessidade de investimento em sistemas de transmissão.
- Compensar proprietários dos ativos do sistema.

- Ser simples e transparente.
- Ser politicamente implementável.

Estes princípios sugeridos para a divisão de custos do uso do sistema de transmissão também devem se estender para os demais serviços ofertados. Neste contexto, a Teoria dos Jogos, e mais especificamente a metodologia de Aumann-Shapley de repartição de custos, tem um grande potencial de aplicação. Segundo Billera e Heath [5, 6], esta é a única metodologia de repartição de custos que satisfaz o seguinte conjunto de axiomas:

- Recupera com precisão o custo do serviço.
- É aditiva.
- É invariante com relação a mudanças de escala.
- É monotônica.

Estes axiomas são fundamentais para uma alocação *justa* de custos entre diversos usuários de um mesmo serviço. Por esta razão, métodos baseados nestes conceitos têm sido aplicado em alguns problemas de alocação de custo em mercados de energia desregulamentados [7] [8] [9] [10] [11] [12].

O objetivo deste trabalho é mostrar que os princípios desta teoria podem ser usados de forma generalizada para os diversos problemas de alocação de custos inerentes ao processo de desverticalização do setor elétrico. No estudo realizado, são de particular interesse os problemas onde os custos marginais são disponíveis. Assim, esta proposta tem potencial aplicação no tipo de mercado de energia atualmente adotado no Brasil, o qual se baseia num despacho centralizado via modelos computacionais que minimizam o custo total de geração. Neste trabalho, propõe-se a generalização desta aplicação, no sentido de fornecer subsídios para o estabelecimento de preço dos seguintes itens:

- Potência ativa.
- Potência reativa.
- Perdas de potência ativa na rede de transmissão.

- Congestionamento.

Esta metodologia é aplicada em associação a um problema Fluxo de Potência Ótimo (FPO), com representação completa da rede elétrica (modelo CA), obtendo-se fatores de participação nodais que podem ser utilizados como base na definição dos preços relativos aos itens citados.

O conteúdo deste trabalho está organizado da seguinte forma:

- No capítulo 2, abordam-se os principais aspectos relacionados à desregulamentação do mercado de energia elétrica. Apresentam-se um breve histórico, os novos paradigmas associados à operação dos sistemas elétricos e os principais modelos vigentes, e as principais características do modelo proposto para o Brasil.
- No capítulo 3 apresenta-se o problema de alocação de custos relacionados ao suprimento de energia elétrica em mercados desregulamentados. Quatro tipos de problemas são abordados: alocação do custo de potência ativa; alocação do custo de potência reativa; alocação do custo das perdas de potência ativa; alocação do custo de congestionamento. Inicialmente, as metodologias de atribuição de custos de potência ativa e reativa são comentadas. Posteriormente, mostra-se o problema de alocação de custos num mercado *pool*, no contexto dos modelos *barra única* e *nodal*. Um sistema de pequeno porte é utilizado para ilustrar os conceitos apresentados.
- No capítulo 4, apresenta-se a Teoria dos Jogos Cooperativos e Não-Cooperativos, com enfoque especial dado à metodologia de Aumann-Shapley. Visando ilustrar a aplicação proposta, exemplos de alocação de custos utilizando os fatores de participação baseados na Teoria dos Jogos são mostrados.
- O capítulo 5 mostra a aplicação da Teoria dos Jogos Cooperativos na alocação de encargos associados à operação dos sistemas de potência. Três tipos de problemas são analisados: 1) a divisão dos custos de potências ativa e reativa, 2) a atribuição de fatores de custo de congestionamento e 3) a alocação das perdas de potência ativa. A base desta aplicação é a combinação da metodologia de Aumann-Shapley com a solução do problema de FPO.

- No capítulo 6, aplica-se a metodologia proposta na alocação dos encargos mencionados anteriormente num sistema reduzido da região Sul do Brasil.
- No capítulo 7, apresentam-se as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Desregulamentação do Mercado de Energia Elétrica

2.1 Introdução

Tecnologias para geração de energia em baixa escala (turbinas a gás, pequenas usinas hidrelétricas, turbinas eólicas), as quais possuem características de alta eficiência de aproveitamento de combustível, construção a curto prazo, instalação modular e baixo capital de investimento, têm incentivado a introdução de geradores independentes no mercado de energia elétrica. Aliado a isso, há uma tendência em vários países de reestruturação os sistemas elétricos, verticalmente integrados e monopolistas, a fim de torná-los expostos às leis de concorrência do mercado. Devido ao grande acoplamento existente entre a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, muitos estudos têm sido dedicados ao encontro de um denominador comum, que concilie os aspectos técnicos e econômicos dessa reestruturação, uma vez que preocupação técnica está em garantir a operação dos serviços como um todo (postura centralizadora), e as forças de mercado conduzem para decisões independentes e descentralizadas [13]. Logo, novos conceitos e paradigmas têm sido apresentados diante deste novo cenário.

2.2 Histórico

O desenvolvimento da corrente alternada no século XIX, revolucionou o acesso à energia elétrica, pois permitiu a construção de sistemas de transmissão para grandes áreas. Os produtores de energia daquela época (especialmente Samuel Insull) fizeram duas constatações. A primeira foi de que uma mesma máquina poderia atender cargas de natureza diferente (rurais, urbanas, comerciais, industriais e residenciais) pela diversidade de uso e de horários de pico de consumo, e que em usinas maiores os custos operacionais eram menores. A segunda foi de que o uso de apenas uma rede de energia elétrica servindo todos os consumidores era mais viável do que redes duplicadas, sob o ponto de vista prático e econômico. A partir da década de 60, a evolução tecnológica de geradores de pequeno porte (especialmente a gás) e a saturação da economia de escala de grandes parques geradores, começam a derrubar o conceito de *monopólio natural*[14].

Nos EUA , a partir de 1978, as empresas públicas foram obrigadas a comprar energia de produtores independentes, os quais se mostravam capazes de produzir energia econômica e confiável. A partir de 1982, o Chile e o Reino Unido iniciam o processo de desregulamentação de seus sistemas elétricos. Em 1992, o Congresso Americano aprova o *Energy Policy Act* abrindo o mercado de geração de energia elétrica. Em 1997, a *Federal Energy Regulatory Commission* divulga regras detalhadas ao acesso à transmissão de energia, despertando o interesse de muitas empresas por este mercado, iniciando o processo de venda de vários parques geradores das empresas públicas. Somente as atividades de transmissão e distribuição mantiveram características monopolistas [14].

Na América Latina, após o Chile em 1982, outros países iniciam o processo de desregulamentação: Argentina em 1992, Peru em 1993, Bolívia e Colômbia em 1994 e países da América Central em 1997 (Panamá, El Salvador, Guatemala, Nicarágua, Costa Rica e Honduras) [3, 1].

No Brasil o processo se inicia em 1997. Os primeiros passos são dados na privatização de empresas de distribuição e geração de energia elétrica. Paralelamente às privatizações iniciam-se os estudos de um plano de reestruturação global para desmonopolizar a indústria de energia e introduzir incentivos para a competição. Consultores projetaram um mercado considerando a existência de um Operador Independente do

Sistema, responsável pela operação e despacho, usando dados das hidrelétricas e custos de combustível das térmicas. Os custos marginais do sistema para o estabelecimento de um mercado *spot* são obtidos através de programas computacionais desenvolvidos a partir de modelos de otimização específicos para sistemas predominantemente hidrelétricos. [3].

2.3 Motivações para a Desregulamentação

Na estrutura vertical (regulamentada) do sistema o objetivo é satisfazer a demanda a custos totais minimizados aliado a um padrão mínimo de confiabilidade. Nesta estrutura, empresas geograficamente separadas são coordenadas de forma centralizada, as tarifas são estabelecidas de forma que o consumidor tenha garantia de um preço relativamente estável e, de que as empresas possam ter um retorno do investimento a um prazo aceitável. Uma vez que esta estrutura tem funcionado por muitos anos, surge o questionamento das razões que motivam a reestruturação.

Alguns argumentos favoráveis ao ambiente competitivo são [15]:

- Novas tecnologias permitem a produção de energia por produtores independentes com alta eficiência e baixo custo.
- A divisão de serviços das empresas públicas pode resultar em tarifas mais igualitárias em função do tipo de uso, considerando que hoje o preço final da tarifa engloba vários serviços.

Em resumo, procura-se um preço mais baixo para o consumidor final e o uso mais eficiente e racional dos recursos naturais [16].

Contra ao processo de desregulamentação os argumentos são os seguintes [15]:

- Desinteresse das novas empresas por aspectos sócio-econômicos, como a expansão do sistema em regiões economicamente inviáveis.

- Aumento do desemprego e da falta de confiabilidade do sistema em regiões economicamente pouco atrativas, onde o investimento em confiabilidade tenha muito tempo de retorno.

Em síntese, os argumentos contra estão relacionados principalmente a investimentos de longo prazo ou a fundo perdido, os quais são efetuados por empresas estatais por estratégias governamentais, que visam o estímulo do desenvolvimento de regiões remotas, ao contrário do sistema de mercado onde a demanda por serviços é que gera investimentos. Em outras palavras, alega-se que com a reestruturação o gerenciamento do sistema passará de engenheiros para empreendedores mais preocupados com aspectos econômicos.

Apesar desses argumentos contrários, há uma forte tendência mundial no sentido de desregulamentar o setor de energia elétrica em continuidade às privatizações que ocorreram nos serviços de gás e telefonia em muitos países.

2.4 Gerenciamento da Energia em Sistemas Desregulamentados

Em um ambiente competitivo, as principais componentes dos sistemas de energia (geração, transmissão e distribuição) podem ser divididas em empresas comerciais independentes. Nesta forma, chamada divisão corporativa, o parque gerador de uma grande empresa pública pode ser dividido em várias companhias independentes e competitivas, formando um sistema onde novos produtores independentes podem ser agregados.

Na transmissão e distribuição de energia a formulação de um ambiente competitivo é mais complicada, pelos seguintes aspectos:

- Inviabilidade de construção de redes, postes e dutos duplicados para atender os consumidores.
- Existência de trechos radiais que possuem apenas um meio disponível de acesso a rede, tornando a empresa puramente monopolista.

- Dificuldade de controle dos fluxos de potência, pois estes obedecem leis físicas não lineares [15].
- Existência de economias de escala.

Neste sentido, o processo de desregulamentação nos sistemas de transmissão ou de distribuição deve ser diferenciado, uma vez que estes não podem ser classificados como perfeitamente competitivos ou mercados concorrenciais [3]. Em outras palavras, as empresas de transmissão devem ser tratadas como monopólios e, como tal, devem estar sujeitas à regulação de tarifas de transmissão, as quais são usadas para cobrar o acesso à rede [15].

Uma forma alternativa à divisão corporativa, é a divisão das empresa por tipos de serviços conceitualmente separáveis. Desta forma são estabelecidos preços distintos para os principais serviços:

- Geração de potência ativa.
- Acompanhamento da carga em tempo real e perdas na transmissão.
- Reserva girante de uso imediato.
- Reserva girante para uso em curto-prazo (segurança).
- Controle da frequência da carga.
- Geração de potência reativa.
- Atendimento de cargas interruptíveis.

Ainda que, teoricamente, estes serviços possam ser operados por empresas fisicamente distintas e independentes, o nível, e em certos casos a locação destes serviços, necessita ser coordenada. O forte acoplamento e as restrições físicas das grandezas envolvidas não garantem que somente as forças de mercado possam coordenar todas as tarefas. Em especial, no que diz respeito à segurança do sistema, manter a estabilidade da frequência e das tensões sob um número específico de contingências (atividade coordenada) é de vital importância para todas as empresas envolvidas [15]. Esta coordenação tem sido implementada pela introdução do *Operador Independente do Sistema*,

cujo nível de independência tem sido motivo de muito debate. Os principais modelos de reestruturação do mercado de energia elétrica e as funções do operador do sistema dentro de cada modelo, são discutidos na próxima seção.

2.5 Modelos de Organização dos Mercados de Energia Elétrica

Existem dois modelos principais de coordenação do sistema elétrico em um ambiente desregulamentado: o modelo Pool e o Bilateral. Os proponentes do modelo Pool tendem a respaldar-se na privatização do sistema elétrico britânico (atualmente adotando o modelo bilateral), e os que defendem o sistema Bilateral, guiam-se pela privatização do gás nos EUA [17].

Modelo Bilateral [18]: Está baseado no princípio de que a livre competição de mercado é o caminho para a eficiência econômica. Neste modelo fornecedores e consumidores fazem acordos de forma independente sem a interferência de um *Operador do Sistema*. Incentivos econômicos conduzem aos geradores de energia encontrarem melhores consumidores e os consumidores encontrarem as menores tarifas. Entretanto, a forma *pura* deste modelo, possui dois problemas essenciais relacionados ao acesso à rede de transmissão:

- A falta de coordenação entre contratos independentes, pode violar restrições de transmissão. Logo, a coordenação torna-se necessária porque leis físicas determinam os fluxos de potência entre a geração e a carga.
- Os fluxos de potência precisam ser balanceados através da rede, e as perdas de transmissão precisam ser incluídas no balanço de potência. A perda de energia na rede de transmissão é função de acordos agregados, logo, os contratos não são totalmente independentes se tiverem que se responsabilizar por suas próprias perdas.

Diante da necessidade de coordenação dos acordos, de forma a garantir a segurança do sistema e o balanço de potência, introduz-se a figura do *Operador Independente*

do Sistema no modelo bilateral para o mercado de energia elétrica. O Operador do Sistema, avalia a viabilidade técnica-operacional dos contratos e determina despachos de potência que podem inviabilizar algumas transações. Desta forma, introduz-se um aspecto centralizador que se assemelha ao Pool, ao qual este modelo tenta se contrapor.

Modelo Pool [18]: Neste modelo todas as empresas se combinam para formar uma *super-empresa*, na forma de um *pool*, e a estrutura de mercado é alterada para se adaptar a super-empresa. Fornecedores e consumidores se apresentam ao pool e o Operador do Sistema assegura o balanço de potência, a confiabilidade/segurança da rede e coordena o acesso a rede de transmissão. No lugar de acordos bilaterais livres entre geradores e consumidores, o Operador gerencia as transações de potência, com o objetivo de promover a eficiência econômica. Sob o ponto de vista operacional, o Operador do Sistema determina o despacho econômico da rede. Os defensores deste modelo alegam que somente um despacho de potência centralizado pode garantir a segurança com custos minimizados. A argumentação contrária a este modelo, se concentra no aspecto de alto grau de autoridade do Operador do Sistema, o que pode limitar os incentivos a uma operação eficiente.

Na referência [18] propõe-se um modelo alternativo chamado pelo autores de *Coordinate Multilateral Trading Model*. Por este modelo entende-se que coordenação não implica em tomar decisões centralizadas, mas sim em distribuir informações para todas as partes: Geradores, Consumidores, Operador do Sistema, Regulador e outros, de forma a garantir uma operação segura e eficiente. Neste modelo, o Operador do sistema somente se preocupa com a segurança do sistema, com base na argumentação de que é possível aos participantes do mercado atingirem um ponto econômico de operação. A base deste modelo está em utilizar os amplos recursos de comunicação atualmente disponíveis para distribuir informações de forma a descentralizar decisões.

2.6 Principais Problemas

O objetivo dos sistemas de energia é suprir a demanda de energia dos consumidores. Entretanto, a natureza das cargas e a necessidade do atendimento dos consumidores em tempo real, torna o gerenciamento deste mercado uma atividade bastante complexa. Na

referência [15], considera-se o atendimento da demanda de energia como um conjunto de tarefas:

- Tarefa 1: Atender a demanda prevista com o mínimo custo.
- Tarefa 2: Compensar as perdas de potência ativa e reativa.
- Tarefa 3: Satisfazer as restrições operacionais (limites térmicos e de estabilidade das linhas e tensões em barras de carga e geração).
- Tarefa 4: Disponibilizar uma geração flexível e temporal para compensar os desvios que podem ocorrer na demanda prevista.
- Tarefa 5: Disponibilizar reservas de potência ativa e reativa para garantir a segurança do sistema em contingências simples.

Cumprindo estas tarefas, é possível garantir um fornecimento contínuo de energia com alta qualidade ao consumidor (medida em frequência e tensão), independente de variações na demanda ou da ocorrência de contingências pré-analisadas.

Atualmente o despacho econômico ou a programação das unidades (tarefa 1), compensação das perdas (tarefa 2) e a satisfação das reservas operacionais estáticas (tarefa 3), são serviços que contam com a participação da maioria das unidades geradoras. Desvios aleatórios na carga são corrigidos pelo controle automático de geração-CAG (tarefa 4). Tipicamente, grandes sistemas possuem algumas unidades de CAG, diretamente dedicadas à regulação do sistema. Dentro desta concepção, planeja-se o sistema como um todo de forma a garantir o cumprimento das cinco tarefas com o menor custo possível.

Descrevem-se a seguir possíveis modelos alternativos relacionados à estas tarefas (atendimento do mercado primário) e alguns aspectos referentes ao acesso a rede de transmissão sob à luz de um mercado competitivo. [15].

2.6.1 Atendimento da Demanda na Nova Indústria (Mercado Primário de Eletricidade)

Nos novos modelos de reestruturação se defende que demanda seja suprida de forma competitiva pelos produtores. Algumas formas de transações podem ser:

- *Transações bilaterais fixas*: ocorrem quando fornecedores auto-programam a potência a ser suprida a uma grande carga. Tipicamente são contratos de longo prazo, onde preço e quantidade, baseados nas condições de mercado, não variam ao longo do tempo, isto é, são cumpridos apenas os acordos em contrato.
- *Transações bilaterais negociáveis*: São contratos de longo-prazo entre duas partes, com o preço baseado em previsões de mercado. Entretanto, ambas as partes têm permissão para negociar alguma parte da compra/venda através do mercado *spot* ou negociar de forma bilateral com outros participantes do mercado.
- *Transações em tempo real em um mercado spot*: São decorrentes de propostas feitas em uma *bolsa de potência (Power exchange)* coordenada, visando a atendimento para os próximos dias/semanas. O coordenador determina quais usinas serão usadas e a que preço será negociada a energia.

Este conjunto de transações de potência entre várias partes assim como em um mercado *spot* coordenado, forma o chamado *Mercado Primário de Energia*.

Dentro do mercado primário, o *spot market*, desempenha um papel importante para garantir o suprimento das demanda não contratadas, pois o somatório das cargas especificadas nos contratos de médio e longo prazo pode não ser igual ao total da demanda prevista. No mercado *spot* a potência é negociada em base horária. O coordenador do mercado estima a quantidade de potência necessária e empilha os lances dos geradores começando pelo preço mais baixo. A *pilha* é formada até que a soma das potências das propostas atinja a demanda prevista. Neste ponto, adota-se um único preço para todos os participantes (*clearing price*), o qual é o maior preço entre as propostas aceitas.

2.6.2 Compensação das Perdas

Pode-se considerar no mínimo três diferentes formas qualitativas de compensação de perdas de potência na transmissão de energia:

- Cada participante do mercado produz uma energia adicional para compensar as perdas de transmissão provocadas por suas próprias transações;
- Um participante do mercado paga um adicional para outro participante compensar suas perdas em um mercado de base bilateral;
- O Operador do Sistema determina a geração adicional e compensa as perdas baseado na minimização do custo de compensação, e as tarifas são estabelecidas de forma proporcional às perdas geradas por cada participante.

A última forma é a mais discutida. Entretanto as primeiras duas tendem a ser mais naturais em um mercado competitivo, já que não requerem um coordenador central para estabelecer as compensações.

O sistema de tarifação no mercado de compensação das perdas deve procurar seguir os seguintes aspectos: induzir o mínimo desvio na eficiência *ideal* do mercado; minimizar o impacto no preço da eletricidade e distribuir o impacto de forma compatível aos participantes do mercado.

É importante ressaltar que o sistema de alocação de perdas é bastante dependente da estrutura de mercado. Em algumas estruturas, o Operador executa apenas o fluxo de potência para avaliar a viabilidade das transações (estruturas bilaterais). Em outras palavras, o despacho econômico generalizado é determinado (estruturas *pool*).

2.6.3 Restrições Operacionais

Transações sem restrições no mercado primário podem conduzir a violações nos limites de fluxos de potência. Além disso, a capacidade de transmissão não depende somente dos limites térmicos, pois a dinâmica do sistema e as restrições nos limites das tensões são fatores essenciais para a operação segura da rede.

Em relação às tensões, observa-se que na transmissão a longa distância, o maior gargalo do sistema está relacionado ao suporte de tensão. Isto implica na necessidade do desenvolvimentos de algoritmos de ajuste das tensões em tempo real para se adequar às necessidades do mercado.

Diferentes abordagens têm sido propostas para conciliar as preocupações dos usuários com o Operador do Sistema no gerenciamento das transações de forma que a programação da operação esteja dentro de restrições técnicas aceitáveis. Algumas são:

- Introduzir custos marginais baseados na localização dos agentes no sistema (preços nodais) para agregar os encargos induzidos por restrições do sistema no preço do mercado primário de eletricidade;
- Facilitar os pedidos de acesso ao mercado primário, de forma que tão logo estes cheguem ao Operador do Sistema, sejam totalmente aprovados com ou sem cortes, para posteriormente serem definidas condições técnicas sob as quais transações no mercado primário possam ser feitas;
- Prover uma definição de preços em tempo real para cada usuário, de acordo com a sua contribuição relativa à redução das margens de segurança.

O último esquema permite que os usuários do sistema otimizem sua relações custo/benefício ajustando seus contratos no mercado primário de eletricidade.

Na Estrutura *pool*, adota-se o *congestion pricing* ou *nodal pricing*. Nesta metodologia as restrições de fluxos nas linhas são explicitamente consideradas quando o despacho econômico é calculado. A introdução destas restrições pode conduzir a diferentes preços nodais em cada barra.

Nos mercados multilaterais, o Operador do Sistema ajusta as transações em que os fluxos estão no limite e fornece aos participantes do mercado um conjunto de equações que devem ser levadas em consideração em contratos futuros. Este método é qualitativamente diferente do *nodal pricing*, pois não há tarifas relacionadas às restrições do sistema.

Há também a metodologia de *soft-constraints*, na qual, antes de anunciar um corte a um usuário, é fornecida em tempo real uma realimentação de preços, para garantir

margens eficazes de segurança. Este preço, inevitavelmente, conta com uma reação dos participantes do mercado no sentido de evitar esta *tarifa de segurança*. Em teoria, através deste mecanismo e assumindo condições perfeitas de mercado, é possível obter de forma descentralizada resultados idênticos ao mercado *spot*, o qual é centralizado.

2.6.4 Acompanhamento da Carga em Tempo Real

Atualmente, os desvios na geração/carga em pequena escala de tempo são corrigidos pelo Controle Automático de Geração (CAG). Em um mercado competitivo o Operador do Sistema deve projetar faixas de desvios esperados para as quais uma geração de regulação (reserva girante), é necessária. Os desvios em tempo real neste caso, podem ser resultado de: diferenças entre as potências contratadas e a efetivamente entregues; perdas na transmissão e flutuações aleatórias na demanda e eventuais falhas dos geradores. Além da dificuldade de projetar esses desvios, os CAG's convencionais visam o controle de frequência em resposta à flutuações aleatórias na demanda. Neste sentido, propõe-se que compradores/vendedores de potência especifiquem em contrato, a faixa de variação em relação à uma quantidade contratada, e que permitam penalidades se as potências ultrapassarem as faixas pré-especificadas. Assim o operador do sistema pode estimar o máximo distúrbio acumulado no sistema, o que permitirá a definição da mínima quantidade de reserva girante necessária, uma vez esta quantidade causa um grande impacto no preço do mercado *spot*.

2.6.5 Confiabilidade

Além da capacidade de geração para atender a demanda fixa e as flutuações em tempo real, é necessário garantir a confiabilidade do sistema mediante a disponibilidade de uma reserva operacional para responder a eventual perda da maior unidade geradora. Esta reserva operacional necessita estar disponível dentro de 10 minutos e o efeito sobre o valor final da tarifa é significativo. Uma alternativa, para a redução de custos é, ao longo do tempo, substituir uma grande unidade por várias de pequeno porte, as quais atualmente são competitivas.

Outro aspecto importante a ser analisado consiste em verificar se os usuários estão

dispostos a aceitar um nível de interrupção mais freqüente que o atual, no sentido de reduzir custos. Atualmente, adota-se um critério uniforme de confiabilidade. Portanto, estudos precisam ser realizados para disponibilizar a usuários diferentes níveis distintos de confiabilidade em função de seus interesses, de forma a permitir uma flexibilidade de preços. Isto é, maior confiabilidade com preços mais altos ou menor confiabilidade a um preço menor que os preços atuais.

2.6.6 Acesso à Rede de Transmissão

Conforme apresentado na referência [3] a geração de energia é reconhecida como o estágio onde um ambiente competitivo pode ser estimulado. Entretanto, no sistema de transmissão a economia de escala permanece, pois linhas de alta tensão com grande capacidade de transmissão têm menor custo por quilômetro de potência transmitida. Por outro lado, a necessidade de regulação econômica num sistema intrinsecamente monopolista cresce, particularmente por ser o sistema de transmissão instrumento de competição entre geradores geograficamente dispersos.

Determinar um esquema de transmissão eficiente, que gere índices econômicos adequados para a operação e expansão da rede, é uma tarefa complexa. Soluções em cada país, freqüentemente levam em conta as características particulares da rede considerada, as quais condicionam o grau de simplificação.

Atualmente, não existem padrões analíticos reconhecidos internacionalmente para definir um esquema de preços tecnicamente e economicamente adequados. Entretanto, conforme descrito nas referências [3, 4], alguns princípios na alocação de custos de transmissão devem ser observados:

- Promover a eficiência diária do mercado de energia.
- Sinalizar vantagens locais para investimento em geração e carga.
- Indicar a necessidade de investimento em sistema de transmissão.
- Compensar os proprietários da rede de transmissão de energia.
- Ser simples e transparente.

- Ser politicamente implementável.

Na América Latina, os países têm definido esquemas abertos de acesso que combinam a alocação de custo total da rede de transmissão, com esquemas de preços marginais entre todos os agentes. No primeiro, classificado como um sistema multilateral, todos contribuem para o financiamento de uma rede comum baseada na utilização física e econômica, sem levar em conta acordos comerciais. No segundo, classificado como um esquema bilateral, o custo é decorrente de uma específica transação, através da identificação da rede entre uma barra de suprimento comum ou mais barras de carga. Para este propósito, os seguintes três métodos têm sido sugeridos: *Postage Stamp*, *Contract Path* e *MW-Mile*.

Postage-Stamp: aloca o pagamento aos agentes, baseado em sua injeções de potência ou energia à rede, independente da distância da transmissão ou da configuração da rede.

Contract-Path: Determina a conexão física mais direta de transmissão entre dois agentes, e a identifica como a conexão a ser paga, independentemente de que as leis físicas possam direcionar os fluxos por outros caminhos.

MW-Mile: Também identifica o caminho alocando o preço baseado no fluxo de potência e na distância envolvida.

No esquema multilateral, onde todos são responsabilizados pelo uso da rede, a medida de preço leva mais em consideração o uso econômico da rede do que contrato entre partes. O argumento para isto é que a pressão aplicada sobre a rede, decorrente da realização de contratos, está associada simplesmente ao fato de os geradores e os consumidores estarem diretamente conectados à rede, independentemente de seus acordos comerciais de suprimento. É também alegado que este esquema de tarifação provê um sinal econômico adequado àqueles que originam a expansão do sistema, sinal que deve ser levado em consideração na realização de seus investimentos em geração ou por novas demandas de energia.

Baseado no uso econômico da rede, diversos países têm adotado um esquema de coordenação independente, o qual gerencia o despacho econômico do sistema (modelo Pool). Adotando este critério, contratos entre as partes podem ser efetuados independentemente da coordenação. Entretanto, é o despacho ótimo que determina como os

geradores e consumidores devem usar a rede. Nesta visão, diversas metodologias foram propostas para a alocação de preços. Na América Latina, preços marginais de eletricidade têm sido reconhecidos como o mecanismo que melhor reproduz as condições do mercado competitivo de geração integrado ao sistema monopolístico de transmissão.

2.7 Modelo Vigente no Brasil

O modelo proposto para o sistema brasileiro foi elaborado por um consórcio liderado pela Coopers & Lybrand, o qual deu suporte ao projeto de reestruturação do setor elétrico RE-SEB. Sugeriu-se um regime de *tight-pool*, em que o despacho continua sendo definido de forma centralizada para os sistemas interligados, com base em ferramentas de otimização. Definiu-se um mercado *spot* para os fluxos não contratados, no entanto, os preços serão definidos pelos custos marginais de curto prazo (custos de operação) obtidos pelos modelos de otimização. A livre negociação de forma ampla em uma bolsa de energia não foi recomendada por dois motivos: pouca presença de usinas térmicas e pelos complexos vínculos hidráulicos existentes entre usinas de diferentes proprietários [19]. A nova estrutura provocou o surgimento de funções que não existiam antes, bem como a criação de novas entidades. Dentre estas, são especialmente relevantes [20]:

Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL: foi criada pela Lei N° 9.427, de 26 de dezembro de 1996, a qual foi regulamentada pelo Decreto N° 2.335, de 06 de outubro de 1997, e posteriormente alterada pela Lei N° 9.648, de 27 de maio de 1998. A ANEEL é o órgão regulador e fiscalizador do Setor Elétrico. Suas atribuições incluem, dentre outras:

- Promover as licitações destinadas à contratação de concessionárias de serviço público para produção, transmissão e distribuição de energia elétrica e para a outorga de concessão para aproveitamento de potenciais hidráulicos.
- Celebrar e gerir os contratos de concessão ou de permissão de serviços públicos de energia elétrica, de concessão de uso de bem público, expedir as autorizações, bem como fiscalizá-los.
- Regular as tarifas e estabelecer as condições gerais de contratação do acesso e

uso dos sistemas de transmissão e de distribuição de energia elétrica por concessionário, permissionário e autorizado, bem como pelos consumidores livres.

Além disso, cabe à ANEEL definir as regras de participação no MAE, homologar o Acordo de Mercado e autorizar as atividades do ONS. As decisões da ANEEL são tomadas por uma diretoria composta por cinco diretores com mandato de quatro anos. Estes diretores são nomeados pelo Presidente da República, e sua nomeação é aprovada pelo Senado Federal.

Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS: também foi criado pela Lei Nº 9.648 de 27 de maio de 1998, regulamentada pelo Decreto Nº 2655, de 02 de julho de 1998. Constituem atribuições do ONS:

- Planejamento e a programação da operação e o despacho centralizado da geração, com vistas à otimização dos sistemas eletro-energéticos nacionais.
- Supervisão e coordenação dos centros de operação de sistemas elétricos.
- Supervisão e controle da operação dos sistemas eletro-energéticos nacionais interligados e das interligações internacionais.
- Contratação e administração de serviços de transmissão de energia elétrica e respectivas condições de acesso, bem como dos serviços ancilares.
- Propor à ANEEL as ampliações das instalações de transmissão da rede básica dos sistemas elétricos interligados, bem como os reforços dos sistemas existentes, a serem licitados ou autorizados.
- Definição das regras para a operação das instalações de transmissão da rede básica dos sistemas elétricos interligados, a serem aprovadas pela ANEEL.

Além de realizar o despacho propriamente dito, o ONS fornece os modelos e dados que permitem simular tanto o Despacho Ideal, que leva em conta apenas as restrições de transmissão entre submercados, sem considerar aquelas internas aos mesmos, como o Despacho Real, que considera todas as restrições de transmissão. Os preços spot (R\$/MWh) em cada submercado e para cada período de apuração são determinados pelo resultado do Despacho Ideal.

O ONS também administra centralizadamente as instalações da Rede Básica de transmissão (todas as linhas e subestações de tensão igual ou superior a 230 kV), garantindo o livre acesso de todos os agentes àquilo que, do ponto de vista legal, congrega a atividade de transmissão. Para tanto, cada concessionária de transmissão existente antes da reforma assinou um CPST - Contrato de Prestação de Serviços de Transmissão - disponibilizando suas instalações para o ONS, responsabilizando-se pela operação e manutenção da mesma e recebendo em troca o pagamento de uma receita anual permitida, estabelecida pela ANEEL. Desta forma, o ONS passou a deter o controle operacional do sistema.

O Mercado Atacadista de Energia Elétrica - MAE: foi criado pela Lei Nº 9.648, de 27 de maio de 1998, regulamentada pelo Decreto Nº 2655, de 02 de julho de 1998. O MAE foi criado para serem realizadas as transações de compra e venda de energia elétrica no Sistema Interligado Brasileiro, substituindo o sistema de preços regulamentados de geração e contratos renováveis de suprimento, ou seja, é onde são efetuadas as liquidações e contabilização de toda a energia comprada e vendida no Sistema. Cabe à ANEEL homologar o Acordo de Mercado e as Regras do MAE, bem como quaisquer alterações que venham a ser aprovadas pela Assembléia Geral do MAE, a qual é composta por representantes de produção e consumo.

O MAE considera o volume de MWh transacionado e o valor do preço spot, descontados os volumes de energia acordados nos contratos bilaterais entre empresas que tenham sido devidamente registrados. Em outras palavras, cada empresa vende (ou compra) no MAE o resultado algébrico de: *Energia Produzida – Energia Consumida + Energia Contratada de Terceiros – Energia Contratada a Terceiros*. O MAE contabiliza a energia separadamente em cada período de apuração e para cada submercado. Os submercados corresponderão às restrições de transmissão relevantes de caráter estrutural. Existem atualmente quatro submercados: Sul, Sudeste, Norte e Nordeste.

Na reestruturação foi elaborado um mecanismo para a transição suave das regras antigas para a nova estrutura. Um dos elementos centrais do mecanismo de transição no Brasil é constituído pelos Contratos Iniciais. Os Contratos Iniciais são contratos bilaterais compulsórios de compra e venda de energia, dos quais participam todas as empresas produtoras e distribuidoras. Cada um dos Contratos Iniciais estabelece montantes de energia diferenciados a cada ano que englobam praticamente toda a demanda

projetada até o ano de 2001. O montante contratado para 2002 repete o de 2001, e a partir de 2003 há uma redução anual de 25% no montante contratado. Isto significa que os Contratos Iniciais deixarão de existir a partir de 2006.

A remuneração da transmissão foi feita com base em encargos regulados. Foi adotada uma metodologia nodal, que contempla uma parcela de selo e uma parcela de sinal locacional, com o intuito de promover os sinais econômicos adequados para a expansão ótima da geração e localização de novas cargas. Nesta sistemática, a ANEEL estabeleceu, para cada instalação de transmissão existente, uma receita anual permitida, a ser paga ao respectivo concessionário pelo conjunto de usuários da Rede. Esta receita pode variar de acordo com a disponibilidade efetiva destas instalações, já que a manutenção das instalações de transmissão continua sendo de responsabilidade dos respectivos proprietários. A mesma regra vale para as ampliações da Rede Básica que forem outorgadas aos transmissores já existentes, mediante autorização da ANEEL. Já as novas concessões de transmissão são objeto de licitação. Sua receita anual é estabelecida no processo licitatório e, uma vez construídas, elas operarão da mesma forma que as existentes. Os recursos necessários para o pagamento da receita total correspondente a toda a Rede Básica de transmissão são aportados pelos usuários da rede através das tarifas de transmissão. Estes recursos são iguais à soma das receitas autorizadas mais os custos necessários à gestão própria do ONS. Estes encargos de transmissão são arrecadados tanto dos geradores como dos consumidores, e são o resultado da multiplicação da tarifa de transmissão pela potência demandada no caso dos consumidores, ou pela potência nominal, subtraída do consumo interno, no caso dos geradores.

Outro aspecto importante é que todo o consumo deve estar sob contrato de longo prazo. Isto se deve à grande volatilidade do custo marginal de energia no Brasil pois em função da predominância hidrelétrica, a oferta de energia é dimensionada com um critério de risco (5% de probabilidade de déficit anual), resultando em cenários onde há água suficiente para atender a demanda (custo marginal baixo, próximo de zero) e alguns cenários, onde ocorre racionamento (custo marginal muito elevado) [21].

A obrigatoriedade de contratação de grande parte do consumo, aliada à exigência de *lastro físico* de geração em cada contrato, constituem, de fato, o incentivo do crescimento da oferta de energia.

Conselho Nacional de Política Energética - CNPE: criado pela Lei Nº9.748 de 6 de agosto de 1997, entidade responsável pela formulação de políticas e diretrizes de energia destinadas a:

- promover o aproveitamento racional dos recursos energéticos do País, em conformidade com o disposto na legislação aplicável e com os princípios: preservação do interesse nacional; promoção do desenvolvimento sustentado, ampliação do mercado de trabalho e valorização dos recursos energéticos; proteção dos interesses do consumidor quanto a preço, qualidade e oferta dos produtos; proteção do meio ambiente e promoção da conservação de energia; garantia do fornecimento de derivados de petróleo em todo o território nacional, nos termos do § 2º do artigo 177 da Constituição Federal; incremento da utilização do gás natural; identificação das soluções mais adequadas para o suprimento de energia elétrica nas diversas regiões do País; utilização de fontes renováveis de energia, mediante o aproveitamento dos insumos disponíveis e das tecnologias aplicáveis; promoção da livre concorrência; atração de investimento na produção de energia; ampliação da competitividade do País no mercado internacional;
- assegurar, em função das características regionais, o suprimento de insumos energéticos às áreas mais remotas ou de difícil acesso do País, submetendo as medidas específicas ao Congresso Nacional, quando implicarem criação de subsídios, observado o disposto no parágrafo único do artigo 73 da Lei n.º 9.478, de 1997;
- rever periodicamente as matrizes energéticas aplicadas às diversas regiões do País, considerando as fontes convencionais e alternativas e as tecnologias disponíveis;
- estabelecer diretrizes para programas específicos, como os de uso do gás natural, do álcool, de outras biomassas, do carvão e da energia termonuclear;
- estabelecer diretrizes para a importação e exportação, de maneira a atender às necessidades de consumo interno de petróleo e seu derivados, gás natural e condensado, e assegurar o adequado funcionamento do Sistema Nacional de Estoques de Combustíveis e o cumprimento do Plano Anual de Estoques Estratégicos de Combustíveis, de que trata o artigo 4º da Lei nº 8.176, de 8 de fevereiro de 1991.

Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos - CCPE: criado pela Portaria MME N°150 de 10 de maio de 1998, entidade responsável pelo planejamento do setor elétrico, cuja estrutura, organização e forma de funcionamento foram aprovados pela Portaria MME N°485 de 16 de dezembro de 1999. Tem como objetivos:

- orientar as ações de governo para assegurar o fornecimento de energia nos níveis de qualidade e quantidade demandados pela sociedade, em consonância com a Política Energética Nacional, emanada do Conselho Nacional de Política Energética;
- oferecer aos agentes do mercado de energia elétrica um quadro de referência para seus planos de investimentos;
- estabelecer, em consonância com os aspectos operacionais do sistema, a expansão mais adequada da rede elétrica de transmissão.

Em função de problemas de racionamento de energia elétrica no ano de 2001, foi criado o Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico (Resolução no 18 da GCE, de 22/6/2001) cuja missão é corrigir disfuncionalidades e propor aperfeiçoamentos para o modelo do Setor, sendo que algumas medidas serão submetidas a consulta pública.

2.8 Conclusão

A introdução de geradores independentes, aliada à privatização de empresas públicas de energia elétrica, que vem ocorrendo em diversos países tem modificado a estrutura de gerenciamento e operação dos sistemas de potência, passando de um ambiente de 7tarifas reguladas para outro de contratos entre os diversos agentes integrantes.

De forma diferente da reestruturação de outros serviços públicos como telefonia e gás, o alto acoplamento entre a geração transmissão e distribuição da energia elétrica, a qual deve ser fornecida em tempo real e de forma ininterrupta, dificulta o estabelecimento de um modelo único, uma vez que tecnicamente a postura é centralizadora e

as forças de mercado empurram para decisões independentes e descentralizadas. Este aspecto conflitante está associado a dois modelos de reestruturação.

O Modelo Bilateral, o qual está baseado no princípio de que a livre competição de mercado é o caminho para a eficiência econômica. Neste modelo fornecedores e consumidores fazem acordos de forma independente sem a interferência de um *Operador do Sistema*. Incentivos econômicos conduzem aos geradores de energia encontrarem melhores consumidores e os consumidores encontrarem os menores preços.

O Modelo Pool no qual todas as empresas se combinam para formar uma *super-empresa*, na forma de um *pool*, e a estrutura de mercado é alterada para se adaptar à super-empresa. Fornecedores e consumidores se apresentam ao Pool e o Operador do Sistema assegura o balanço de potência, a confiabilidade/segurança da rede e coordena o acesso a rede de transmissão. No lugar de acordos bilaterais livres entre geradores e consumidores, o Operador determina quais contratos serão aceitos ou rejeitados, e ajusta preços dos contratos firmados com o objetivo de promover a eficiência econômica.

O modelo proposto para o sistema brasileiro foi elaborado por técnicos do setor elétrico brasileiro em parceria a firma consultora inglesa Coopers & Lybrand, o qual deu suporte ao projeto de reestruturação do setor elétrico. No Brasil adotou-se um regime de *tight-pool*, em que o despacho continua sendo definido de forma centralizada para os sistemas interligados, com base em ferramentas de otimização. A livre negociação de forma ampla em uma bolsa de energia não foi recomendada por dois motivos: pouca presença de usinas termelétricas e pelos complexos vínculos hidráulicos existentes entre usinas de diferentes proprietários. A nova estrutura provocou o surgimento de funções que não existiam antes, bem como a criação de novas entidades. Dentre estas, são especialmente relevantes: a Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, o Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS e o Mercado Atacadista de Energia Elétrica - MAE.

A implantação destes novos modelos exige a decomposição de todos os custos relacionados ao suprimento de energia elétrica para que os mesmos possam ser ofertados por múltiplos agentes. Além disso metodologias adequadas de alocação destes custos precisam ser implementadas.

Capítulo 3

O Problema de Alocação de Custos

Este capítulo apresenta o problema de alocação de custos relacionados ao suprimento de energia elétrica em mercados desregulamentados. Quatro tipos de problemas são abordados: alocação do custo de potência ativa; alocação do custo de potência reativa; alocação do custo das perdas de potência ativa; alocação do custo de congestionamento. Inicialmente, as metodologias de atribuição de custos de potência ativa e reativa são comentadas. Posteriormente, mostra-se o problema de alocação de custos num mercado *pool*, no contexto dos modelos *barra única* e *nodal*. Um sistema de pequeno porte é utilizado para ilustrar os conceitos apresentados.

Nos exemplos apresentados neste capítulo e nos capítulos subseqüentes, por simplificação denota-se o custo de geração $\$/MW$ ao invés de $\$/MWh$, entendendo-se que este custo se refere a MW médios horários.

3.1 Estabelecimento de Preços

As transações de energia são estabelecidas basicamente de duas formas: através de contratos bilaterais ou em tempo real no mercado *spot*. Nas transações do mercado primário de energia (*bilaterais fixas*), o preço de venda, a quantidade gerada e a responsabilidade sobre as perdas são cláusulas de um acordo estabelecido entre as partes. No mercado *spot* a empresa produtora vende a sua energia de acordo com as necessidades da demanda num determinado instante. O preço *spot* da potência numa barra genérica

pode ser expresso como uma somatória dos seguintes componentes principais:

- custo marginal do combustível;
- custo de manutenção da geração marginal;
- custo da qualidade de fornecimento na geração;
- custo de recuperação do capital de geração;
- perdas marginais na transmissão correspondentes à barra;
- custo da qualidade de fornecimento na transmissão devido à barra;
- recuperação de capital na transmissão associadas ao usuário.

A soma dos dois primeiros itens, denominada *custo marginal do sistema*, é condicionada pela curva de custo de geração, tendendo ao crescimento com o aumento da demanda. Normalmente, este custo é obtido na solução do problema de minimização do custo total de geração do sistema.

As perdas marginais na transmissão dependem do volume de energia transportado, das condições operacionais da rede e da distância entre os centros de geração e carga. Em geral os custos associados às perdas são obtidos por fatores nodais [1, 3].

Os termos relativos à qualidade de fornecimento, nulos quando o sistema possui reserva de energia, tornam-se dominantes quando não é possível acompanhar a demanda num determinado período. Estes termos são considerados explicitamente quando se pretende minimizar o corte de energia.

3.1.1 Potência Ativa

Diversas metodologias têm sido propostas para o estabelecimento do preço de potência ativa, algumas das quais visando particularmente o mercado *spot*, já que em transações bilaterais o preço é resultado do acordo entre as partes. O preço *spot* normalmente é resultado da solução ótima da minimização do custo operacional global, sujeito a um conjunto de restrições correspondentes ao balanço de potência e à prática de operação do sistema.

A referência [22] expressa o preço *spot* ótimo de potência ativa numa barra qualquer do sistema em função do custo marginal de operação, dos coeficientes de perda incremental da transmissão, da injeção de potência ativa na barra e das variações do fluxo de potência ativa na linha de transmissão. Os termos incrementais envolvidos correspondem às variações instantâneas das perdas na transmissão e do fluxo de potência da linha em relação às injeções de potência ativa da barra. O seu uso como base de definição de preços resulta em geral numa superestimativa do valor da potência ativa a ser pago pela barra.

A referência [23] propõe o estabelecimento de preços das potências ativa e reativa, baseada nas soluções de dois problemas de otimização desacoplados. O problema referente à potência ativa consiste em minimizar o custo de geração de potência ativa considerando o balanço e os limites de geração e fluxo de potência ativa. O preço marginal da injeção de potência numa barra é expresso como função do multiplicador de Lagrange (custo marginal) do balanço de potência e do multiplicador dual de limites de fluxo de potência ativa atingidos. Desta forma, o preço marginal representa o custo incremental de potência ativa de curto-prazo (*short-run marginal cost*) e possui três componentes: o custo incremental do sistema; o custo da perda incremental provocada pela injeção de potência na i -ésima barra e o custo de curto-prazo gerado pelas restrições de fluxo de potência nas linhas de transmissão.

O preço da potência ativa também é influenciado pela reserva de potência disponibilizada ao sistema. A referência [24] sugere que a função objetivo do problema de tarifação de potência ativa inclua, além do custo de geração de potência ativa convencional, o custo da capacidade de reserva dos geradores. Recomenda-se ainda, adicionar ao conjunto de restrições convencionais deste problema, restrições de reserva de geração, de fluxos nas linhas relacionadas a possíveis contingências e de limites de reativos de acordo com a curva de capacidade das máquinas.

Num passado recente, foi proposta na referência [22] a extensão da metodologia baseada nos preços *spot*, para incorporar restrições associadas a confiabilidade, qualidade de serviço, regulação da tensão, regulação da frequência e fluxos de intercâmbio, mínimo nível de segurança nos níveis de geração e transmissão, mínima reserva girante, a quantidade de distorção harmônica e o impacto ambiental associado ao suprimento de energia. Duas das principais dificuldades associadas a estas inclusões são: 1) ex-

pressar analiticamente esses aspectos e 2) considerar simultaneamente todo o conjunto de restrições de segurança no problema de otimização.

3.1.2 Potência Reativa

Um dos requisitos fundamentais para a efetivação das transações de energia em um mercado competitivo é a manutenção de perfis de tensão adequados, para a garantia da segurança e da confiabilidade do sistema em níveis satisfatórios. Este requisito requer um suporte de potência reativa adequado, cuja coordenação é de responsabilidade do Operador do Sistema. Para o estabelecimento efetivo do preço da energia, o Operador deve dispor de ferramentas numéricas específicas para o cálculo de custos do suprimento de potência reativa. Estes custos dependem dos suportes disponibilizados pelos geradores e equipamentos de compensação instalados na rede de transmissão, os quais são estabelecidos considerando-se os seguintes aspectos:

- a disponibilidade da reserva de potência reativa sob condições normais e de emergência;
- as variações da demanda do sistema;
- a dinâmica do controle tensão/potência reativa. Essas variáveis são monitoradas tomando como fontes-base os capacitores/reactores chaveáveis e transformadores;
- fontes de resposta rápida (compensadores síncronos, geradores e compensadores estáticos de potência reativa) são utilizadas para completar o suprimento de potência reativa.

A necessidade de se dispor de um nível satisfatório de reserva de potência reativa durante a operação do sistema e a freqüente desconsideração dos custos de produção de potência reativa fornecem argumentos para se cobrar o suprimento de potência reativa com base na *disponibilidade de capacidade de provimento*. No Reino Unido, por exemplo, aproximadamente 80% dos custos de potência reativa são calculados com base na capacidade das fontes e 20% pela geração efetiva de potência reativa [24].

O estabelecimento do preço do suporte de reativos disponibilizado pelos geradores requer a decomposição do custo total de geração de cada unidade, pois a parcela

referente a potência reativa está implicitamente agregada a este custo. Algumas abordagens sobre a desagregação de custos e de tarifação de reativos são apresentadas a seguir.

- **Relação triangular** [25] - O custo de produção dos geradores normalmente é expresso em termos da potência ativa em $\$/MW$. O custo de produção de reativos pode ser definido a partir do triângulo de potências como,

$$\$_{Mvar} = \$_{MVA} \times \sin\theta \quad (3.1)$$

onde, a parcela $\$_{Mvar}$ representa o custo total explícito, $\$_{MVA}$ é o custo de geração da potência aparente e θ é o ângulo do fator de potência do gerador.

- **Custo equivalente de compensação** Os custos operacionais dos compensadores síncronos são devidos exclusivamente à produção/consumo de potência reativa, e portanto podem ser tomados como referência para o estabelecimento do preço da potência reativa dos geradores [26].
- **Custos de oportunidade** [25] - A análise da curva de capacidade dos geradores síncronos revela que a produção/consumo de potência reativa restringe a geração de potência ativa destes equipamentos. Como a energia elétrica é comercializada no mercado ao preço $\$/MW$, o *custo de oportunidade* está associado ao lucro que o gerador poderia obter gerando potência ativa ao invés de produzir/consumir potência reativa.
- **Custos marginais de potência reativa** - Estes custos são obtidos de forma análoga aos custos marginais de potência ativa. Um dos problemas de otimização a partir do qual podem ser calculados os custos marginais de potência reativa consiste em minimizar o custo de produção da potência ativa na barra de folga, sujeito às restrições de geração de potência reativa, magnitude das tensões na barra e taps dos transformadores com comutação sob carga. Esta metodologia apresenta limitações em função da dependência da escolha da barra de referência. Uma alternativa é realizar uma minimização global do somatório dos custos de potência reativa, obtendo-se os custos marginais como sub-produto do processo de otimização. Neste caso, a dificuldade consiste em expressar analiticamente os

custos da compensação reativa. As metodologias baseadas em custos marginais permitem avaliar o impacto incremental do suprimento de reativos em uma barra com base em um indicador econômico (\$/Mvar) [26, 27].

- **Relações de sensibilidade** - A referência [28] sugere estabelecer o custo da potência reativa demandada como função da sensibilidade da magnitude da tensão nodal, da injeção de potência reativa nas barras, da quantidade de reativos suprido pelo sistema às barras e do custo do controle de tensão e de suprimento de reativos para todo o sistema.

Assim como na metodologia anterior, a principal dificuldade consiste na suposição de que o custo do controle de tensão é conhecido. A determinação deste custo é reconhecidamente dificultada pela variedade de equipamentos envolvidos na compensação de reativos.

Freqüentemente o consumo de potência reativa nas linhas de transmissão é elevado, sendo muitas vezes superior à demanda de reativos do sistema. As perdas de potência reativa podem ser modeladas através de medidas que estimem o impacto da variação de cada *MVA* numa barra de carga. Na referência [26], relações de sensibilidade das perdas de potência reativa são utilizadas para estabelecer índices *locais* de tarifação. Sugere-se expressar *medidas de variação da potência reativa* em termos da perda total de potência reativa na transmissão, das demandas de potência ativa e reativa e de fatores de ponderação. Essas medidas podem ser obtidas para cada barra individualmente ou para um conjunto de barras de uma região do sistema. As informações fornecidas por esta grandeza permitem identificar as regiões mais deficientes em termos de potência reativa; isto é, aquelas com maiores valores de sensibilidade a variações do suprimento de reativos. A finalidade dos fatores de ponderação é reconciliar os incrementos linearizados de potência reativa com a produção efetiva obtida via solução do fluxo de potência, e garantir a consistência dos incrementos de injeção de potência com os fatores de potência especificados.

Neste contexto, é possível estabelecer duas formas de tarifação de potência reativa:

- **Tarifação por desempenho** - Esta estratégia se baseia no estabelecimento de um padrão de geração de potência reativa para todas as cargas e geradores

dentro de uma área, o qual define faixas de variação em torno de valores especificados para cada ponto de operação. Violações resultam em uma tarifação adicional e a recuperação dos custos pode ser de responsabilidade das cargas como parte do *pedágio* relativo ao transporte de energia.

- **Mercado Local** - Neste caso, o desenvolvimento do mercado local de potência reativa é estimulado de forma que os usuários compensem localmente suas necessidades de potência reativa. Desta forma, os componentes do mercado de energia podem participar de um esquema de tarifação por zona ou região. Esta estratégia é justificada pelo fato de que o transporte de potência reativa a longas distâncias provoca grandes diferenças na magnitude das tensões entre os pontos de emissão e recepção.

A referência [29] destaca que o provimento de reativos, na condição de um serviço ancilar, envolve duas questões:

- a definição de uma metodologia de cálculo para o pagamento dos provedores do suporte de tensão;
- a definição de uma metodologia de cálculo para a recuperação dos custos junto aos usuários.

Ênfase é dada à primeira dessas questões com um exemplo de aplicação no modelo brasileiro. É proposto um arranjo comercial com base nos custos do suprimento de potência reativa. A remuneração dos provedores deste tipo de serviço é efetuada com base não somente nos custos operacionais, mas também na reserva disponibilizada pelos mesmos para manter a segurança do sistema nas possíveis contingências. Os custos nodais obtidos na solução do Fluxo de Potência Ótimo, que levam em conta a localização dos dispositivos de compensação na rede, são considerados irrelevantes.

A referência [30] afirma que o estabelecimento de preços de potência reativa deve fornecer não apenas o custo de produção mas também informações sobre a urgência do suprimento de reativos e do suporte de tensão. O estudo de vários fatores relacionados ao preço *spot* de potência reativa é apresentado. Para os geradores, o custo de oportunidade é adotado como base, por estar relacionado à entrega de potência ativa dos

geradores de acordo com a curva de capacidade. É proposto ainda o estabelecimento do custo do provimento de reativos de capacitores com base na vida útil e na taxa média de utilização desses equipamentos. Os preços marginais são obtidos minimizando-se a soma das curvas de custo de geração de potência ativa e de oportunidade. A análise deste problema revela que a inclusão dos custos de potência reativa gera sinais que incentivam a carga elevar seu fator de potência e os geradores a produzir potência reativa pelo aumento da sua receita.

Visando considerar os custos de reserva de potência reativa na formação dos custos marginais, a referência [31] propõe a resolução de um problema de FPO, cuja função objetivo inclui os custos de geração de potência ativa e reativa e os custos incrementais de reserva de potência ativa e reativa. Restrições de estabilidade de tensão são também consideradas. A metodologia proposta baseia-se no princípio de que as reservas de potência podem ser comercializadas no mercado *spot*, ao invés de serem consideradas como serviço ancilar. Desta forma, os preços nodais obtidos no processo de otimização têm dois componentes: um associado à injeção de potência e outro relacionado ao custo do provimento de reserva de potência. No caso das cargas, o custo da reserva é ponderado pela margem de potência até o ponto de colapso de tensão, sendo penalizadas as barras com menor margem.

A referência [32] propõe avaliar a evolução do custo de produção de potência reativa, incrementando a demanda até a condição de máximo carregamento. A combinação do método da continuação com o fluxo de potência ótimo parametrizado permite obter uma sequência de soluções das equações da rede elétrica, nas quais minimiza-se o custo de produção de potência reativa dos geradores. O custo de geração de potência reativa é calculado com base nas curvas de capacidade. Os resultados mostram que a modelagem destes custos tem influência no perfil de tensão e no máximo carregamento do sistema.

3.2 Alocação de Custos em Mercados *Pool*

O estabelecimento das metodologias de alocação de custos está diretamente relacionada ao tipo mercado adotado. Em mercados do tipo *pool* a determinação dos custos

marginais pode ser determinado através do modelo barra única ou nodal, os quais são descritos nos itens subseqüentes.

3.2.1 Modelo Barra Única

A distribuição de potência ativa gerada via *ordem de mérito* visa o atendimento da demanda, alocando a geração prioritariamente com base no custo individual de cada unidade geradora. Esta estratégia é equivalente a solução do problema de despacho econômico clássico sem considerar o limite de capacidade e as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, expresso por:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar } \sum_{i=1}^{ng} C_i(P_{gi}) \\
 & \text{sujeito a } \sum_{j=1}^n (P_{gj} - P_{dj}) = 0 \\
 & P_{gi}^m \leq P_{gi} \leq P_{gi}^M
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

onde, $C_i(P_{gi})$ é a curva de custo de geração da i – ésima unidade geradora expressa como função da potência ativa gerada, P_{gi}^m e P_{gi}^M são os limites mínimo e máximo de geração de potência ativa da i – ésima unidade, n é o número de barras do sistema e ng é o número de unidades geradoras.

A solução analítica do problema (3.2) é obtida formando-se a função Lagrangeana, com as restrições de igualdade correspondente ao balanço de potência ativa e de desigualdade correspondentes aos limites de geração, e aplicando-se a condição de otimalidade de primeira ordem. Isto fornece,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, \lambda)}{\partial P_{gi}} &= C_i - \lambda = 0 \quad i = 1, ng \\
 \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, \lambda)}{\partial \lambda} &= \sum_{j=1}^n (P_{gj} - P_{dj}) = 0 \\
 \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, \lambda)}{\partial \mu_i^m} &= (P_{gi}^m - P_{gi}) = 0 \quad i = 1, ng \\
 \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, \lambda)}{\partial \mu_i^M} &= (P_{gi} - P_{gi}^M) = 0 \quad i = 1, ng
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange da restrição de balanço de potência e μ_i são os multiplicadores duais correspondentes às restrições de capacidade dos geradores.

A solução das equações (3.3) é a mesma que seria obtida atribuindo-se sequencialmente a máxima geração de potência ativa às usinas de menor custo até que o despacho de potência gerada suprisse a demanda especificada. O multiplicador de Lagrange da restrição de balanço de potência λ , denominado *custo marginal do sistema* (PMS), indica o preço a ser pago por um incremento de 1 MW na demanda especificada, expresso em $\$/MW$ é igual ao custo de geração da unidade de mais elevado custo despachada.

Para exemplificar o despacho por ordem de mérito, considere o sistema de cinco barras, cujos dados foram obtidos na referência [33]. As curvas de custo de geração de potência ativa das barras 1, 2 e 3 são lineares, com coeficientes 115, 110 e 100 $\$/MW$ e a geração de potência ativa varia de zero até 200, 90 e 100 MW , respectivamente.

A solução de mínimo custo de geração obtida por *ordem de mérito* para este sistema é apresentada na Tabela 3.1. Os multiplicadores duais correspondentes às restrições

<i>Geradores Barra</i>	P_{ger} (MW)	<i>Custo</i> ($C_i.P_{g_i} \Rightarrow \$/h$)
1	110	12650
2	90	9900
3	100	10000
<i>Total</i>	300	$\sum(C_i \times P_{g_i}) = 32550$
<i>Cargas Barra</i>	P_{di} (MW)	<i>Pagamento</i> ($PMS.P_{di} \Rightarrow \$/h$)
4	180	20700
5	120	13800
<i>Total</i>	300	$\sum(PMS.P_{di}) = 34500$

Tabela 3.1: Despacho de potência ativa por ordem de mérito - pagamento das cargas pelo PMS

de capacidade mínima de todos os geradores e de capacidade máxima do Gerador 1 (μ_1^M) são nulos. Os geradores de menor custo, 2 e 3, são despachados ao máximo, com correspondentes multiplicadores duais $\mu_2^M = -5 \$/MW$ e $\mu_3^M = -15 \$/MW$. O Gerador 1, mais caro, complementa com 100 MW o suprimento da demanda de 300

MW . O PMS , de $115 \text{ \$/MW}$, equivale ao custo de geração da usina 1 representando o preço para o suprimento do próximo MW na demanda. O custo de geração é igual a $\$32550$.

A Tabela 3.1 mostra ainda o pagamento a ser feito pelas cargas, atribuindo-se a cada MW consumido um custo igual ao PMS . Observa-se que não há equilíbrio entre o custo de geração e o pagamento das cargas (diferença de $\$1950$). Entretanto, no processo de reconciliação adotado nos mercados *pool*, ambos a receita dos geradores e o pagamento das cargas são calculados com base no PMS e não no custo de geração. Este procedimento resulta em que os geradores recebem respectivamente, $110 \times 115 = \$12650$, $90 \times 115 = \$10350$ e $100 \times 115 = \$11500$, o que torna o pagamento das cargas igual à receita dos geradores. Porém, as cargas pagam mais do que o valor equivalente ao custo total de geração. Este excedente financeiro, chamado de *surplus*, aparece porque apenas o Gerador 1 recebe de fato o que gastou para gerar os 110 MW , pois o seu custo de geração coincide com o PMS . No caso das outras unidades, o PMS é maior do que o custo de geração das unidades, e portanto estas unidades recebem um valor maior do que aquele correspondente ao que foi gasto para gerar as respectivas potência ativas. Os valores unitários correspondentes aos multiplicadores duais dos Geradores 2 e 3 ($\mu_2^M = -5 \text{ \$/MW}$ e $\mu_3^M = -15 \text{ \$/MW}$) fornecem uma medida da quantia adicional que estes geradores recebem em virtude do PMS ser superior ao seu custo de geração.

Se a demanda total a ser suprida fosse 150 MW , o despacho por ordem do mérito resultaria em $P_{g1} = 0,00 \text{ MW}$, $P_{g2} = 50,00 \text{ MW}$, $P_{g3} = 100,00 \text{ MW}$ e $PMS = 110 \text{ \$/MW}$. Neste caso, $P_{g1} = P_{g1}^m$ (com $\mu_1^m = 5 \text{ \$/MW}$) e $P_{g3} = P_{g3}^M$ (com $\mu_3^M = -10 \text{ \$/MW}$). Os valores dos multiplicadores duais indicariam que:

- a unidade 1 deixaria de receber $\$110(C_1 - \mu_1^m = 115 - 5)$ por cada MW não gerado em virtude do seu custo de geração ser maior do que o PMS ;
- a unidade 3 receberia $\$110 (C_3 - \mu_3^M = 100 + 10)$, $\$10$ a mais por cada MW gerado, além do que deveria receber, porque o seu custo de geração é seria inferior ao PMS e sua capacidade máxima estaria sendo gerada.

Na Tabela a seguir (3.2), uma síntese destes resultados é apresentada:

<i>Barra</i>	C_i (\$/MW)	PMS (\$/MW)	$\mu_i = C_i - PMS$ (\$/MW)	P_i (MW)
1	115	110	5	0 (mínima)
2	110	110	0	50 (intermediária)
3	100	110	-10	50 (máxima)

Tabela 3.2: Resultado sistema de 5 barras - demanda total de 150MW

Portanto, desconsiderando as perdas, o multiplicador dual μ é igual a $C_i - PMS$, assim se $\mu_i > 0$ significa que Gerador i não deve gerar além de sua capacidade mínima, sendo que valor deste multiplicador representa a redução do necessária no custo de geração para que a usina i possa ser despachada. Se $\mu_i < 0$ a capacidade máxima da usina i está sendo explorada e o valor do multiplicador associado representa o quanto a mesma recebe a mais por cada MW despachado. E para $\mu_i = 0$, significa que a usina recebe ao PMS e não perde a oportunidade de gerar, entretanto recebe exatamente pelo custo de geração declarado.

3.2.2 Modelo Nodal

As perdas de potência e congestionamentos no sistema de transmissão devem ser compensadas, o que torna o despacho de potência obtido via ordem do mérito diferente daquele correspondente à operação efetiva do sistema. Neste caso, a determinação da distribuição ótima de potência ativa pode ser formulada como um problema da forma:

$$\begin{aligned}
& \text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^{ng} C_i(P_{g_i}) \\
& \text{sujeito a} \quad (P_{g_j} - P_{dj}) - P_j(V, \delta, a) = 0 \\
& \quad \quad \quad (Q_{g_j} - Q_{dj}) - Q_j(V, \delta, a) = 0 \\
& \quad \quad \quad P_{g_j}^m \leq P_{g_j} \leq P_{g_j}^M \\
& \quad \quad \quad Q_{g_j}^m \leq Q_{g_j} \leq Q_{g_j}^M \\
& \quad \quad \quad V_j^m \leq V_j \leq V_j^M \\
& \quad \quad \quad a_{kj}^m \leq a_{kj} \leq a_{kj}^M
\end{aligned} \tag{3.4}$$

onde, $C_j(P_{g_j})$ é a curva de custo de geração da j – ésima unidade geradora, P_{g_j} e Q_{g_j} são as potências ativa e reativa geradas na j – ésima barra, P_{d_j} e Q_{d_j} são as potências ativa e reativa demandadas na j – ésima barra, $P_j(V, \delta)$ e $Q_j(V, \delta)$ são as injeções de potência ativa e reativa, expressas em função da magnitude (V), do ângulo (δ) das tensões nodais e do tape dos transformadores (a). Os índices m e M denotam os limites inferior e superior, respectivamente.

As equações correspondentes às restrições de igualdade representam os balanços de potências ativa e reativa em cada barra e as equações correspondentes às desigualdades representam as restrições operacionais na geração de potência, na magnitude da tensão e no tape dos transformadores com comutação sob carga.

A solução do problema 3.4 para o sistema de cinco barras do exemplo anterior, considerando as perdas de potência no sistema de transmissão e todas as cargas com fator de potência unitário, é apresentada na Tabela 3.3.

<i>Barra</i>	P_i (MW)	λ_p (\$/MW)	$\lambda_{p_i} \times P_i$ (\$)	<i>Total</i> \$
1	119,37	115	13728	36488
2	90	118,47	10662	
3	100	120,98	12098	
4	−180	124,25	−22365	37672
5	−120	127,56	−15307	
<i>Total</i>	9,37			−1184

Tabela 3.3: Alocação do custo considerando as perdas

O custo total de geração é \$33627 e as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão totalizam 9,37 MW. Observa-se que a inclusão das perdas resulta em multiplicadores de Lagrange de diferentes magnitudes. Isto se deve ao suprimento das perdas, o qual está implícito nos multiplicadores de Lagrange. Estes fornecem um custo diferenciado para o próximo MW adicional, o qual depende da localização da barra no sistema, deixando de existir o PMS único para todas as barras. Na Barra 5, por exemplo, cada incremento de 1 MW na carga aumenta em \$127,56 o custo total de geração de potência ativa. Observa-se no entanto, que tal indicação é dependente do ponto de operação corrente, não sendo possível utilizar esta base para recuperar o valor exato do serviço, pois se o custo de geração for alocado com base nestes multiplicadores,

as cargas pagarão \$1184 a mais do que a receita dos geradores. Por sua vez, os geradores recebem 2861\$ a mais do que o custo total de geração de 33627\$. A magnitude dos multiplicadores duais das Barras 2 e 3 são respectivamente $-8,47$ e $-20,98$ obtidos pela diferença $C_i - \lambda_i$. Neste caso, passam a ter uma informação qualitativa, pois o efeito não linear das perdas está embutido neste valor.

O mesmo comportamento se verifica quando existe algum congestionamento da rede. Para o mesmo exemplo, se as perdas forem desprezadas e for considerada uma limitação de fluxo na linha 3 – 4 de $120MW$, o sistema também deixa de possuir um único PMS, gerando submercados, conseqüentemente não se verifica o equilíbrio no balanço financeiro, pois o pagamento total das cargas ultrapassa a receita dos geradores, ocasionando o chamado *surplus* da transmissão. A solução de mínimo custo é apresentada na Tabela 3.4

<i>Barra</i>	P_i (MW)	λ_p (\$/MW)	$\lambda_{pi} \times P_i$ (\$)	<i>Total</i> \$
1	199	115	22885	34665
2	90	118,67	10680	
3	11	100,00	1100	
4	-180	137,13	-24683	39657
5	-120	124,78	-14974	
<i>Total</i>	0,0			-4992

Tabela 3.4: Alocação do custo considerando o congestionamento

O custo do serviço dado pelo valor da função objetivo é dado por \$33880. Observa-se uma elevação do custo total de geração, pois é necessário limitar a geração mais barata em 3, elevando em 1, sendo gerado um *surplus* de \$4992. Observa-se ainda, que o equilíbrio no balanço de pagamento não é observado.

3.3 Alocação do Custo das Perdas

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão correspondem a uma parcela variando de 3% a 10% da quantidade total de energia elétrica produzida. Por esta razão, metodologias de alocação desses custos têm um impacto considerável na receita

dos geradores e no pagamento das cargas. A solução mais simples deste problema é a divisão do tipo *pro rata*, a qual consiste em alocar as perdas de forma proporcional às injeções de potência de cada barra. Exemplos desta metodologia podem ser encontrados em países como Espanha e Inglaterra [34], bem como no modelo de desregulamentação inicialmente proposto por consultores para o sistema elétrico brasileiro [1]. Esta simplicidade se constitui na sua principal vantagem, entretanto, geradores e cargas (principalmente àquelas com baixo fator de potência) localizados em pontos remotos da rede são beneficiados, pois a *distância elétrica* não é levada em consideração.

A referência [34] propõe atribuir as perdas potência ativa às barras com base na matriz das impedâncias de barra. As injeções líquidas de potência são separadas em duas componentes, a componente de perdas

$$L = \text{Re}(\text{diag}(I^*)RI)$$

e a componente de demanda (denominada neste trabalho de vetor de injeções efetivas)

$$D = \text{Re}(j\text{diag}(I^*)XI)$$

onde, I é o vetor da injeções de corrente nas barra, R e X são as partes real e imaginária da matriz de impedâncias de barra (Z_{barra}), respectivamente.

Esta metodologia permite alocar as perdas entre os barramentos independentemente da barra de folga escolhida. Desta forma, é possível determinar a potência efetivamente gerada ou consumida por cada barra, a qual consiste na soma da injeção líquida de potência com a parcela da perda de potência ativa atribuída à barra. Mais recentemente, no trabalho [35] os mesmos autores exploram a alocação de perdas através do uso de fatores de perdas incrementais. Mostra-se analiticamente que fatores de perdas incrementais baseados pontos de operação específicos não são únicos. Assim sendo, não podem ser usados de maneira única e não-discriminatória. Demonstra-se que não é possível uma alocação única de perdas entre geradores e cargas, sem uma pré-definição da proporção que a mesma deve ser alocada para cada categoria. Somente é possível estabelecer uma alocação de perda incremental única para uma transação bilateral *equivalente* entre geradores e carga. Propõe-se também que, a extensão da metodologia baseada em perdas incrementais para grandes variações de demanda, seja obtida

pela integração destes fatores sobre uma determinada trajetória de carga.

Em mercados de energia que contemplam transações bilaterais, é de interesse determinar a perda associada especificamente à transação. Na referência [36] é apresentada uma metodologia de alocação das perdas às transações bilaterais. Da mesma forma que na metodologia anteriormente mencionada, as perdas correspondentes a cada transação são obtidas com base na matriz impedância Z_{barra} e independem da seleção da barra de referência.

Na referência [37], o problema de fluxo de potência convencional é reformulado para considerar barras de folga distribuídas, cuja finalidade é o suprimento das perdas. A participação dos geradores no balanço de potência associado às transações é levada em conta, e com isto é possível determinar a contribuição de cada transação nos fluxos de potência das linhas de transmissão.

Fatores de perdas de potência ativa com base no fluxo de potência linearizado aplicados a transações bilaterais são apresentados na referência [38]. Mostra-se que é possível obter fatores de perdas negativos quando uma transação flui em direção oposta aos fluxos dominantes, sendo os fatores de alocação de perdas dependentes do ponto de operação.

3.4 Alocação do Custo de Congestionamento

Congestionamento é o termo empregado para definir qualquer limitação na capacidade de transmissão de energia elétrica ao longo do sistema, seja pela violação do limite térmico de algum circuito, pela necessidade de se dispor de um perfil de tensão adequado para assegurar a transferência de potência ativa através dos circuitos de transmissão ou para manter a segurança do sistema em situações de contingência [8].

O congestionamento, seja por limite de capacidade ou por restrições de operação, provoca desvios em relação ao despacho de energia irrestrito. Como consequência, surgem sobrecustos operacionais que devem ser repartidos entre os integrantes do mercado.

Na proposta inicial de reestruturação do sistema elétrico brasileiro [1], os custos

provenientes dos serviços ancilares fariam parte do Encargo de Serviços do Sistema (*ESS*). O objetivo deste encargo seria incluir todas as diferenças de custos entre a programação dos geradores *ex-ante* sem restrições e a geração efetivamente praticada na operação. Portanto, este esquema de tarifação compensaria todos os congestionamentos que ocorreriam na rede durante a operação.

Na referência [8], a diferença entre os custos relativos a duas programações de geração de potência ativa (com e sem restrições de fluxo de potência) é usada para alocar o custo do congestionamento por limites de fluxo. Mostra-se que a repartição de custos proporcional à demanda não é *justa*, pois agentes que não provocam congestionamento são penalizados. Para corrigir esta distorção, sugere-se a aplicação da metodologia de Aumam-Shapley de alocação de custos (Teoria dos Jogos), a qual também é usada nas referências [7, 39] na alocação de custos de serviços ancilares. A motivação pela aplicação desta metodologia se deve principalmente à possibilidade de recuperação exata do custo do serviço e redução do risco da existência de subsídio cruzado. De forma semelhante, a distribuição dos custos de congestionamento provocados pela necessidade de suporte de reativos para o controle de tensão deve evitar a penalização de barras com pouca influência na geração dos sobrecustos operacionais.

Nas subseções seguintes, destacam-se os problemas dos congestionamentos resultantes da necessidade de manutenção de perfis de tensão e de carregamentos dentro dos limites operacionais.

3.4.1 Congestionamento Associado ao Provimento de Reativos

Além dos montantes de potência ativa envolvidos nas transações de energia, a ocorrência de congestionamentos depende de outros aspectos. Dependendo do comprimento da linha, fatores restritivos distintos limitam a capacidade de transmissão da mesma. A Figura 3.1, transcrita da referência [40], ilustra essa dependência.

Conforme pode ser observado nesta figura, a capacidade de carregamento de linhas de pequeno comprimento (até 160 *km*) é restringida pelo limite térmico. Linhas com comprimento médio (entre 160 *km* a 480 *km*) têm seus fluxos de potência limitados

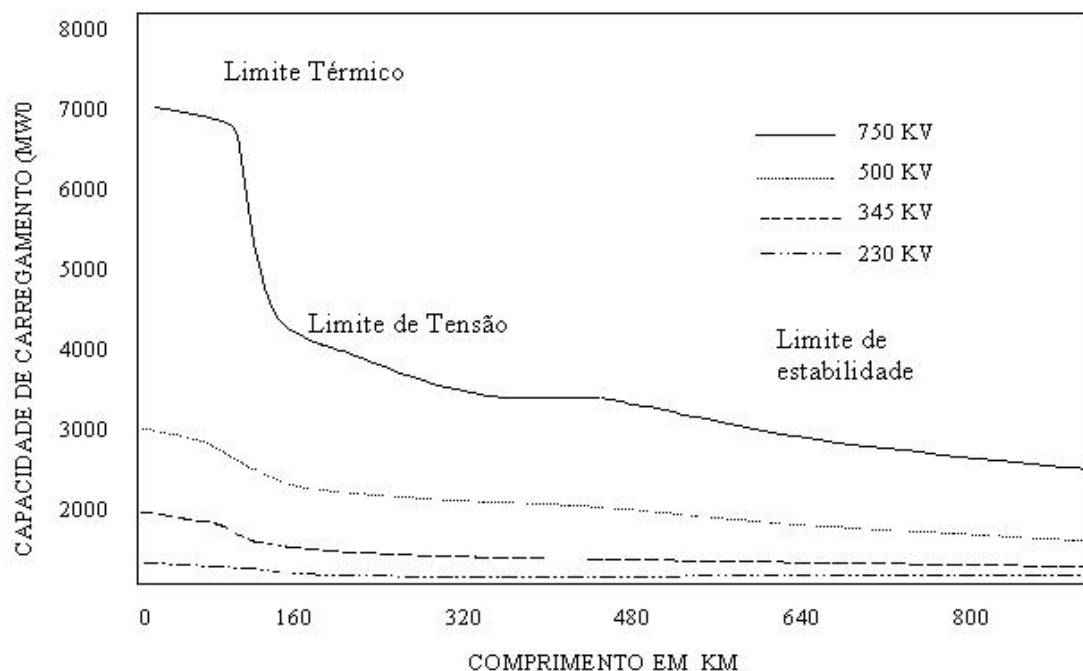


Figura 3.1: Influência da distância da linha na capacidade de carregamento

pelas restrições de magnitude de tensão. No caso das linhas longas (comprimento acima de 480 km), a redução do limite de carregamento está associada principalmente aos limites de estabilidade. Ênfase neste estudo é dada às linhas médias, nas quais o congestionamento está relacionado aos limites de magnitude de tensão (ou alternativamente, de potência reativa).

A compensação reativa necessária para manter perfis de tensão adequados no sistema de potência depende do nível de carregamento e da natureza (indutiva/capacitiva) dos fluxos de potência nas linhas de transmissão. Um aspecto relevante, relacionado às linhas de transmissão com tensão acima de 230 kV, é que as perdas de potência reativa são bem maiores do que as de potência ativa. A Figura 3.2, transcrita da referência [40] ilustra a relação entre o carregamento da linha e as perdas na transmissão.

Esta figura mostra que uma linha de transmissão de 230 kV, sob condições de carregamento, máximo apresenta perdas de potência reativa cinco vezes superiores às de potência ativa. Para uma linha de 345 kV, esta relação aumenta para nove. Este tipo de problema tem exigido estratégias de compensação de reativos mais eficazes para evitar o *colapso de tensão* em sistemas com alto nível de carregamento.

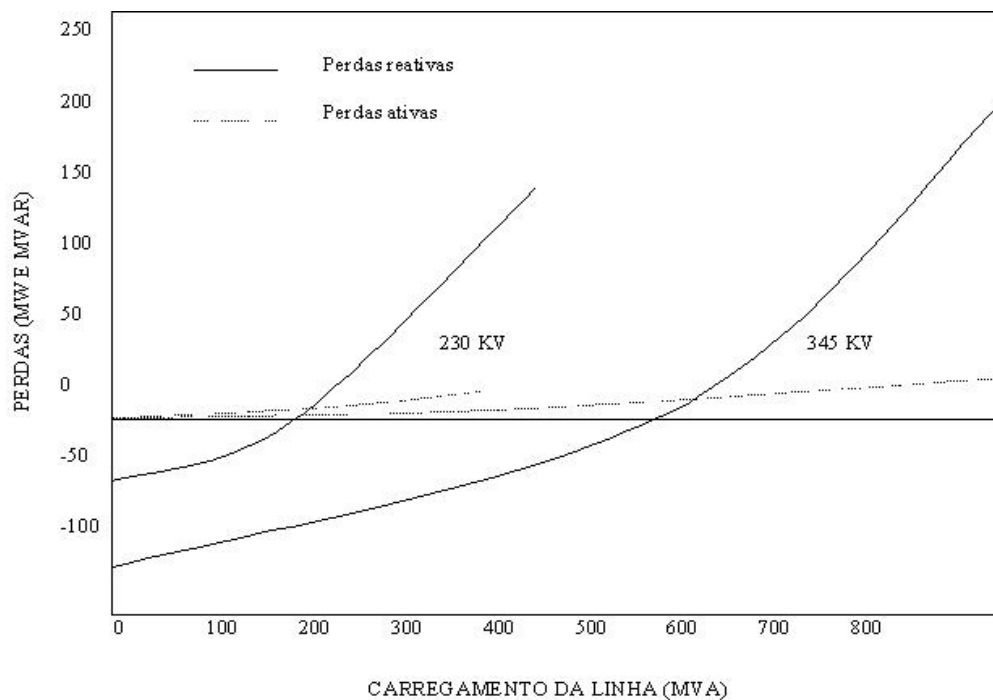


Figura 3.2: Comportamento das perdas em função do carregamento

Os limites de potência reativa dos geradores síncronos dependem do nível de potência ativa gerada e portanto, o congestionamento devido às limitações da magnitude da tensão geram sobrecustos. A referência [41] mostra exemplos típicos de limites de potência reativa em geradores síncronos para três níveis de potência ativa. Um desses exemplos é apresentado na Tabela 3.5.

Gerador <i>GENC – GT1</i>	<i>MW</i>	<i>Absorção Mvar</i>	<i>Geração Mvar</i>
Potência Mínima - <i>MW</i>	120	100	200
Potência Nominal - <i>MW</i>	250	82	155
Potência Máxima - <i>MW</i>	255	80	150

Tabela 3.5: Exemplo de limites de potência reativa para um gerador síncrono

Observa-se que um aumento de 50 *Mvar* na geração de reativos em relação à potência nominal implica uma redução de 135 *MW* na oferta de potência ativa. Portanto, um suporte adicional de reativos para manter perfis de tensão adequados, em decorrência de uma contingência por exemplo, pode alterar significativamente o despacho de potência ativa. Se esta distribuição for a de menor custo, qualquer desvio em

relação a este ponto representa um sobrecurso operacional.

Na sequência são apresentados exemplos de congestionamentos e possíveis abordagens de alocação destes custos.

3.4.1.1 Exemplo

No sistema do exemplo anterior (cinco barras), considere que a geração de potência reativa do Gerador 3 é limitada de acordo com os três pontos de sua curva de capacidade apresentados na Tabela 3.6.

<i>Gerador 3</i>	MW^{ger}	$Mvar^{abs}$	$Mvar^{ger}$
<i>Mínimo</i>	50	130	120
<i>Nominal</i>	100	40	30
<i>Máximo</i>	120	35	25

Tabela 3.6: 3 pontos da curva de capacidade - Gerador 3

A Tabela 3.7 mostra a solução de mínimo custo de geração desconsiderando os limites de tensão nas barras de carga e supondo que a unidade 3 opera sob condições nominais.

Neste ponto de operação, associado a um custo de geração de 34171, as magnitudes da tensão nas barras de geração (1, 2 e 3) são 1,05 pu, 1,05 pu e 0,99 pu, e nas barras de carga (4 e 5) são 0,960 pu e 0,941 pu, respectivamente. Portanto, os Geradores 1 e 2 operam com a magnitude da tensão no limite superior (1,050 pu), a potência reativa do Gerador 3 atinge o seu limite máximo, e o limite mínimo de magnitude da tensão (0,95p.u.) é violado na Barra 5. Os multiplicadores de Lagrange associados ao balanço de potência ativa e reativa são apresentados nas duas últimas colunas desta tabela.

A violação do limite de tensão na Barra 5 poderia ser eliminada elevando-se a magnitude de tensão na Barra 3. Entretanto, a geração de reativos desta unidade está no limite máximo correspondente à condição de operação de potência nominal. A faixa de operação definida pelos limites de reativos somente pode ser ampliada se o correspondente intervalo permitido para a variação da geração de potência ativa for reduzido, de acordo com a Tabela 3.6. A solução do FPO de mínimo custo de

<i>Barra</i>	P_i (<i>MW</i>)	Q_i (<i>Mvar</i>)	V (<i>p.u.</i>)	λ_P \$/ <i>MW</i>	λ_Q \$/ <i>Mvar</i>
1	124,10	-16,52	1,05	115,000	-
2	90	154,08	1,05	119,173	-
3	100	30(max)	0,99	122,268	4,194
4	-180	-90,0	0,960	126,788	6,176
5	-120	-50,0	0,941	131,252	7,009
<i>Total</i>	14,10	27,56	-	-	-

Tabela 3.7: Despacho de mínimo custo $V_5 = 0,941 \text{ p.u.}$

geração recomenda elevar a potência reativa gerada na Barra 3 para 117,97 *Mvar* (correspondente aumento na magnitude da tensão desta barra para 1,034 *pu*). A unidade 3 passa portanto a operar na condição em que a sua geração de potência ativa é limitada em 50 *MW*. A solução de mínimo custo de geração para esta nova condição é apresentada na Tabela 3.8.

<i>Barra</i>	P_i (<i>MW</i>)	Q_i (<i>Mvar</i>)	V (<i>p.u.</i>)	λ_P \$/ <i>MW</i>	λ_Q \$/ <i>Mvar</i>
1	176,54	-44,81	1,050	115,000	-
2	90	104,31	1,049	120,600	-
3	50	114,94	1,034	125,712	-
4	-180	-90,0	0,993	129,320	2,535
5	-120	-50,0	0,951	132,788	5,762
<i>Total</i>	16,54	34,44	-	-	-

Tabela 3.8: Despacho de mínimo custo $V_5 = 0,951 \text{ p.u.}$

Como a unidade 3 é a de menor custo, a redução da potência ativa gerada nesta usina é compensada por um gerador de custo mais elevado. Isto resulta no aumento do custo de geração em \$1030. Portanto, a manutenção do perfil de tensão restringe o despacho de geração de menor custo. Nota-se adicionalmente, um aumento de 8% nas perdas de potência reativa, ocasionado pela redistribuição de potência reativa.

A Tabela 3.9 apresenta a parcela atribuída a cada barra neste sobrecusto usando o critério de divisão proporcional à demanda. Em todos os casos a Barra 4 é a mais penalizada na alocação do sobrecusto em função de possuir uma demanda maior.

<i>Barra</i>	4	5	<i>Total</i>
P_{di}	618 (60%)	412 (40%)	1030 (100%)
Q_{di}	659 (64%)	371 (36%)	1030 (100%)
S_{di}	628 (61%)	402 (39%)	1030 (100%)

Tabela 3.9: Divisão do sobrecusto proporcional à demanda

Efetuando-se a divisão do sobrecusto pela aplicação direta da diferença entre os multiplicadores de Lagrange obtidos no processo de otimização com e sem restrição obtém-se os resultados apresentados na Tabela 3.10.

<i>Barra</i>	$\Delta\lambda_p$ (\$/MW)	$\Delta\lambda_q$ (\$/MW)	$\Delta\lambda_p \times P_d + \Delta\lambda_q \times Q_d$ \$
4	-2,532	3,641	128,07(51%)
5	-1,536	1,247	121,97(49%)
			$\Sigma = 250,04$

Tabela 3.10: Alocação do custo de congestionamento via aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange

Conforme pode ser observado, não é possível recuperar o sobrecusto operacional na aplicação direta da diferença entre os multiplicadores de Lagrange. Entretanto a proporção que cabe a cada barra em relação ao valor de \$250,40 (indicada em parênteses) pode fornecer uma boa indicação do fator de participação no rateio do congestionamento conforme será mostrado em exemplos nos capítulos subsequentes.

3.4.2 Congestionamento por Limite de Fluxo de Potência

Suponha-se que o limite de fluxo de potência para todas as linhas de transmissão do sistema de cinco barras mostrado anteriormente seja 160 MVA, e que a demanda de cada barra seja aquela apresentada na Tabela 3.11.

A solução do FPO considerando os limites de capacidade das linhas de transmissão como restrições de fluxo de potência ativa é sumarizada na Tabela 3.12. As duas últimas colunas desta tabela apresentam os multiplicadores de Lagrange associados aos balanços de potência ativa e reativa. Os fluxos de potência nas linhas de transmissão

<i>Barra</i>	1	2	3	4	5	<i>Total</i>
P_{di}	—	-	-	180,00	120,00	300,00
Q_{di}	—	-	-	90,00	50,00	140,00
S_{di}	—	-	-	201,20	130,00	331,11

Tabela 3.11: Demanda de potência do sistema de cinco barras

correspondentes a essa solução são mostrados na Tabela 3.13.

<i>Barra</i>	P_g (MW)	Q_g (Mvar)	V (p.u.)	C (\$/MW)	$C \times P_g$ (\$)	λ_p (\$/MW)	λ_q (\$/Mvar)
1	121,38	-32,49	1,100	115,00	13958	115,000	-
2	90,00	86,21	1,098	110,00	9900	118,565	-
3	100,00	103,62	1,090	100,00	10000	121,160	-
4	-180,00	-90,00	1,050	—	—	124,603	2,075
5	-120,00	-50,00	1,009	—	—	128,589	4,748
<i>Total</i>	11,38	17,34	-	-	33858	-	-

Tabela 3.12: Despacho econômico sem restrições de fluxo de potência para o sistema de cinco barras

<i>Linha_{ij}</i>	P_{ij} (MW)	Q_{ij} (Mvar)
1 – 2	84,68	-24,78
1 – 3	36,70	-7,71
2 – 3	20,62	-2,76
2 – 4	46,32	14,14
2 – 5	106,47	49,87
3 – 4	156,19	95,15
4 – 5	18,50	10,72

Tabela 3.13: Fluxos nas linhas - sem considerar restrições de fluxos

Supondo que o limite de capacidade das linhas de transmissão é referente apenas aos fluxos de potência ativa, a solução apresentada nas Tabelas 3.12 e 3.13 não apresenta congestionamento. Entretanto, para manter a magnitude da tensão nas Barras 4 e 5 (1,050 pu e 1,009 pu), é necessário um elevado fluxo de potência reativa (95,15 Mvar) pela linha 3 – 4, que combinado com a potência ativa (156,19 MW) excede sua capacidade de transmissão.

O redespacho de geração resultante do FPO, modelando os limites de capacidade de transmissão por restrições de fluxo de potência aparente, é sumarizado nas Tabelas 3.14 e 3.15.

<i>Barra</i>	P_g (MW)	Q_g (Mvar)	V (p.u.)	C (\$/MW)	$C \times P_g$ (\$)	λ_p (\$/MW)	λ_q (\$/Mvar)
1	124,71	-3,68	1,100	115,00	14342	115,000	-
2	90,00	192,95	1,100	110,00	9900	122,186	-
3	100,00	-21,09	1,017	100,00	10000	104,769	-
4	-180,00	-90,00	0,989	-	-	152,130	14,241
5	-120,00	-50,00	0,988	-	-	141,357	9,741
<i>Total</i>	24,71	28,18			34242	-	-

Tabela 3.14: Despacho econômico com restrições de fluxo de potência para o sistema de cinco barras

$Linha_{ij}$	$P_{ij}(MW)$	$Q_{ij}(Mvar)$
1 - 2	88,89	-29,06
1 - 3	35,83	25,38
2 - 3	20,30	42,80
2 - 4	47,92	51,20
2 - 5	109,23	69,23
3 - 4	153,64	44,67
4 - 5	16,58	-5,88

Tabela 3.15: Fluxos nas linhas - após redespacho da geração

Conforme pode ser observado na Tabela 3.14, o despacho de potência ativa praticamente se manteve inalterado, entretanto foi necessária uma mudança significativa no despacho de reativos para limitar o fluxo da linha 3-4 em 160MVA. Os fluxos de potência ativa e reativa nesta linha passam para 153,64 MW e 44,67 Mvar, respectivamente (Tabela 3.15). Esta limitação no fluxo de reativos diminui o perfil de tensão das Barras 4 e 5 para 0,989 e 0,988 p.u respectivamente, aumentando as perdas de potência ativa de 11,4MW para 14,7MW, o que resulta em um aumento de \$384 no custo total de geração de potência ativa. A Tabela 3.16 apresenta a parcela atribuída a cada barra neste sobrecusto usando o critério de divisão proporcional à demanda. De acordo com esta tabela, nota-se uma diferença maior na atribuição de custos nas

Barras 4 e 5 quando o critério de divisão proporcional à demanda de potência ativa e/ou aparente é modificado para considerar a divisão proporcional à potência reativa.

<i>Barra</i>	4	5	<i>Total</i>
P_{di}	230,4 (60%)	153,6 (40%)	384,00 (100%)
Q_{di}	246,8 (64%)	137,2 (36%)	384,00 (100%)
S_{di}	233,3 (61%)	150,7 (39%)	384,00 (100%)

Tabela 3.16: Divisão do sobrecusto proporcional à demanda

Na Tabela 3.17 apresenta-se a divisão do sobrecusto pela aplicação direta da diferença entre os multiplicadores de Lagrange obtidos no processo de otimização com e sem restrição ($\lambda^{cong} = \lambda^{rest} - \lambda^{irrest}$). Conforme pode ser observado, nesta metodologia a diferença entre o sobrecusto e o valor alocado é significativa.

<i>Barra</i>	λ_p^{cong} (\$/MW)	λ_q^{cong} (\$/MW)	$\lambda_p^{cong} \times P_d + \lambda_q^{cong} \times Q_d$ (\$)
4	27,527	12,166	6049,8(77%)
5	12,768	4,993	1778,8(33%)
			$\sum = 7828,61$

Tabela 3.17: Alocação do custo de congestionamento via aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange

No mercado brasileiro os congestionamentos são tratados numa base *ex-post*. Isto é, na programação *ex-ante* os limites de transmissão dos submercados internos não são levados em consideração (programação irrestrita). Se durante a operação ocorrer congestionamento, no processo de reconciliação (*ex-post*), os geradores que tiveram sua geração reduzida recebem o montante programado *ex-ante* ao preço marginal do sistema, descontando a diferença entre a geração programada e realizada ao custo de produção. Desta forma, os geradores não são descontados ao PMS, o que os incentiva a disponibilizar a maior oferta de energia possível, independentemente dos congestionamentos internos aos submercados. Por outro lado, os geradores que possuem custo de produção declarado maior que o PMS e que foram despachados para o alívio do congestionamento recebem o pagamento pela sua potência gerada com base no custo de produção da mesma.

As referências [42] e [8], que propõem estratégias de alocação dos custos de congestionamentos, adotam o modelo linear (CC) da rede. Nessas abordagens, despreza-se o efeito das perdas de potência ativa no sistema de transmissão e consideram-se apenas limites de geração e transmissão de potência ativa.

Os custos marginais nodais obtidos na solução de um FPO não linear consideram implicitamente o efeito das perdas tornando o problema de alocação do custo de congestionamento mais complexo. A referência [43] propõe uma decomposição dos preços nodais em parcelas correspondentes a perdas e ao congestionamento. A dependência dos preços nodais relacionados às perdas com a seleção da barra de referência do sistema e o uso direto dos custos marginais (impossibilidade de recuperar o custo do encargo) são as principais desvantagens desta abordagem.

No trabalho aqui proposto, o problema de alocação do custo de congestionamento é abordado de uma maneira mais ampla sob o ponto de vista de despacho de potência, adotando-se o modelo não linear (CA) da rede elétrica. A inclusão deste modelo na formulação do FPO e a combinação deste com a metodologia de Aumann-Shapley [44] permite simultaneamente considerar as perdas, recuperar o valor exato do encargo e evitar o subsídio cruzado. Desta forma índices locais adequados são obtidos para as barras do sistema. Na referência [45] mostra-se a importância da consideração da rede completa em problemas de congestionamento diretamente relacionados à demanda de reativos e dos limites de tensão.

3.5 Conclusão

Um grande número de metodologias tem sido proposto para a alocação de encargos em mercados de energia elétrica desregulamentados. De uma maneira geral, essas metodologias repartem o custo de um serviço comum a um conjunto de usuários visando:

- determinar a contribuição de cada usuário;
- evitar a ocorrência de subsídios cruzados entre os usuários;
- definir índices locais para as barras do sistema.

Aspectos referentes à recuperação exata do valor do serviço em geral não são considerados rigorosamente. A divisão do custo via critério *pro rata*, apesar de recuperar exatamente este custo, resulta em penalizações indiscriminadas. O uso dos multiplicadores de Lagrange como base de tarifação gera excedentes de remuneração; isto é, o pagamento das cargas é maior do que o custo de geração de cada unidade.

O estabelecimento do preço de potência ativa também é influenciado pela necessidade de compensação de reativos do sistema, seja pela limitação de geração de potência ativa para a exploração de um maior nível de reativos em máquinas síncronas ou pela necessidade de limitar o fluxo de reativos em linhas de transmissão.

No que se refere aos multiplicadores duais associados aos limites de geração de potência ativa, mostrou-se que, no despacho sem perdas, estes fornecem a informação da receita adicional obtida pelos geradores de custo inferior ao PMS e da perda de quanto deveria ser reduzido o custo dos geradores com custo superior ao PMS.

Para estabelecimento do preço de potência reativa inúmeras metodologias têm sido apresentadas, sendo que aquelas baseadas em oferta de capacidade já estão sendo aplicadas em função da necessidade de se dispor de um nível de reserva de reativos durante a operação e pela freqüente desconsideração dos custos de produção de potência reativa. Entretanto diversos estudos estão sendo realizados no sentido de avaliar o impacto da demanda de reativos nos custos de operação do sistema. Uma dificuldade é expressar analiticamente o custo de produção de reativos, pois o mesmo não está diretamente associado a um consumo de *combustível*.

Na metodologia nodal considerando o modelo completo da rede, os multiplicadores de Lagrange fornecem sinais locais aos barramentos devido ao efeito das perdas de potência ativa e congestionamento. Em um ambiente desregulamentado a decomposição dos custos em componentes de atendimento da demanda, compensação das perdas e congestionamento é importante. Pela técnica de separação das perdas via matriz impedância de barras (Z-Barra), é possível obter a contribuição de cada barra nas perdas totais do sistema.

No capítulo seguinte, mostra-se a Teoria dos Jogos com ênfase metodologia de Aumann-Shapley, a qual permite repartir o custo de um encargo combinando-se com os resultados do FPO não linear, de forma a satisfazer os requisitos básicos de alocação

de custos.

Capítulo 4

Teoria dos Jogos

Neste capítulo, aborda-se a Teoria dos Jogos, a qual é uma disciplina da área de Economia usada para a análise de problemas que envolvem conflitos entre decisores ou participantes de um empreendimento comum. Ela pode ser considerada uma generalização da Teoria de Decisão, para incluir múltiplos decisores (*players*). Aspectos teóricos sobre este assunto podem ser encontrados nos trabalhos de Cournot, Bertrand e von Stackelberg. Entretanto a publicação da teoria geral, ocorreu em 1928 no trabalho de von Neumann, sendo que este assunto tornou-se amplamente difundido a partir do tratado de von Neumann e Morgenstern, *The Theory of Games and Economic Behavior*, em 1944 [46]. Esta teoria ganhou destaque adicional em 1994, quando foi dividido o prêmio Nobel de Economia entre John Harsanyi, John Nash e Reinhard Selten, por suas contribuições para análise do equilíbrio em jogos não-cooperativos [47].

A Teoria pode ser dividida em duas áreas distintas: Jogos Não-cooperativos e Jogos Cooperativos. A primeira se aplica a problemas de decisão de estratégias de mercado onde podem ocorrer conflitos de interesse. A segunda é usada em problemas de alocação de custos ou lucros entre partes que se interagem. Apresenta-se a seguir uma introdução aos Jogos Não-cooperativos, e uma descrição mais aprofundada dos Jogos Cooperativos em razão da sua aplicação neste trabalho.

4.1 Teoria dos Jogos Não-Cooperativos

Os jogos não cooperativos podem ser de soma zero ou de soma não-zero [47]. No primeiro caso, os ganhos de um participante são iguais às perdas de outro, tendo sido a primeira solução deste jogo formulada por von Neumann e Morgenstern [46]. A solução dos jogos de soma não-zero, onde os ganhos de um participante não são iguais às perdas de outro, foi desenvolvida por John Nash, caracterizando o *equilíbrio de Nash*, o qual é universalmente usado como conceito de solução. O exemplo mais conhecido deste tipo de problema é o do *dilema dos prisioneiros*, adaptado por Aumann em [48] para a seguinte forma: dois participantes (ou jogadores) A e B precisam optar por declarar a um árbitro *Pague-me \$1000* ou *Pague ao outro \$3000*, sendo que o pagamento é proveniente de uma terceira parte, e nenhum dos participantes sabe qual será a opção do outro. Neste *dilema*, duas estratégias alternativas podem ser adotadas: a de cooperação e a de não-cooperação. A estratégia de cooperação consiste em cada um dar ao outro \$3000, enquanto que a estratégia opcional é a de receber \$1000. Os possíveis resultados deste jogo são apresentados na tabela 4.1

Resultados de A e B		Participante B		
		Cooperar	Não Cooperar	
Participante A	Cooperar	3000	0	Resultado de A
		3000	4000	Resultado de B
	Não Cooperar	4000	1000	Resultado de A
		0	1000	Resultado de B

Tabela 4.1: Exemplo de soluções de Jogos Não Cooperativos

O equilíbrio de Nash neste jogo requer que cada participante escolha a estratégia de não colaborar, pois há um incentivo para esta escolha no sentido de que sempre ocorrerá um ganho na opção de não colaborar. No caso de cooperação por um dos participantes corre-se o risco de não se obter nenhum resultado caso o outro participante decline.

Por definição, o equilíbrio de Nash existe se, para um dado conjunto de estratégias escolhidas por um grupo de participantes, cada estratégia escolhida por novos participantes seja uma resposta ótima ao conjunto dado. Portanto, no ponto de equilíbrio de Nash, se um participante mudar de estratégia, seu ganho diminui se os outros mantiverem suas estratégias.

Analiticamente, um jogo finito de soma não-zero entre dois participantes, I e II, é representado pela bi-matriz de jogo $\Gamma(A, B)$, constituída por dois jogadores, cada um dos quais possuindo um número finito de ações denominadas de *estratégias puras*. Quando o participante I escolhe uma estratégia pura i e o participante II escolhe uma estratégia pura j , seus resultados são denotados por a_{ij} e b_{ij} , respectivamente. Uma estratégia mista para o participante I é um vetor \mathbf{x} cuja i -ésima componente representa a probabilidade de escolha da estratégia i . Logo:

$$\begin{aligned} x_i &\geq 0 \\ \sum x_i &= 1, 0 \end{aligned}$$

De forma análoga ao participante II, para uma dada probabilidade y_i :

$$\begin{aligned} y_i &\geq 0 \\ \sum y_i &= 1, 0 \end{aligned}$$

Se \mathbf{x} e \mathbf{y} são pares de estratégias mistas para os participantes I e II, seus ganhos esperados são $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$ e $\mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{y}$ respectivamente. Um par de estratégias mistas $(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*)$ é dito estar no equilíbrio de Nash se:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{*T} \mathbf{A} \mathbf{y}^* &\geq \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} \quad \forall \mathbf{x} \geq 0, \quad \sum x_i = 1, 0 \\ \mathbf{x}^{*T} \mathbf{B} \mathbf{y}^* &\geq \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{y} \quad \forall \mathbf{y} \geq 0, \quad \sum y_i = 1, 0 \end{aligned}$$

Em outras palavras o par $(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*)$ está em equilíbrio de Nash, se nenhum dos participantes obtiver ganho unilateral mudando sua estratégia. Um caso de interesse particular é o do equilíbrio de Nash de estratégias puras, isto é, aquele na qual a probabilidade de escolha de uma estratégia particular é igual a 1 para cada participante.

Uma aplicação da teoria dos jogos não cooperativos no processo de desregulamentação do setor elétrico é apresentada na referência [49]. A adoção de métodos de custos incrementais iguais é baseada no princípio da otimização do benefício social e que cada participante age de forma cooperativa. Entretanto em um ambiente competitivo agentes podem agir de forma não cooperativa visando apenas seus próprios interesses. Assim, os autores propõe um método de negociação baseado nesta teoria na

tomada de decisões para a compra e venda de energia entre distribuidoras e produtores independentes. O resultados mostram preços diferentes de eletricidade quando os produtores independentes agem de forma isolada ou quando se unem para negociar. Na referência [50], o autor mostra que o planejamento da expansão a partir da desregulamentação do setor pode ser visto como um *jogo* entre os agentes do mercado, onde cada participante busca maximizar seus benefícios de forma isolada, entretanto a interação entre os mesmos exige que seja obtido um ponto de equilíbrio. Com base nisso, um conjunto de estratégias possíveis é incorporada no processo de planejamento.

4.2 Teoria dos Jogos Cooperativos

A Teoria de Jogos Cooperativos se aplica a problemas de alocação de custos entre participantes que usufruem de um mesmo serviço, visando obter a solução mais justa. Considere o exemplo apresentado em [39], o qual foi adaptado do exemplo descrito em [51] para um caso particular em sistemas de potência. Considere duas usinas geradoras A e B, de proprietários distintos. Estas usinas estão localizadas relativamente próximas entre si, porém, distantes da malha principal da rede de transmissão (rede básica). Supondo que A e B desejam construir em conjunto um sistema de transmissão até a rede básica com capacidade de 480 MW (usina A: 360 MW e usina B: 120 MW). O custo para a usina A construir seu próprio sistema é de 11 milhões enquanto que o da usina B é de 7 milhões. O custo de um sistema comum está estimado em 15 milhões, o que proporcionaria uma economia de 3 milhões ($11+7-15$). Neste empreendimento o problema a ser resolvido é repartir os 15 milhões entre as usinas de forma a incentivar a cooperação entre as mesmas. Algumas possíveis divisões de custos poderiam ser:

a) Divisão igual do custo total de \$15:

$$\text{Usina A: } \$15/2 = \$7,5$$

$$\text{Usina B: } \$15/2 = \$7,5$$

b) Divisão do custo total \$15 proporcional à potência de cada usina:

$$\text{Usina A: } \$15 \times (360/480) = \$11,25$$

Usina B: $\$15 \times (120/480) = \$3,75$

c) Divisão do montante economizado (de \$3) em partes iguais:

Usina A: $\$11 - \$3/2 = \$9,5$

Usina B: $\$7 - \$3/2 = \$5,5$

d) Divisão do montante economizado proporcional à potência de cada usina:

Usina A: $\$11 - \$3 \times (360/480) = \$8,75$

Usina B: $\$7 - \$3 \times (120/480) = \$6,25$

e) Repartição do montante economizado proporcional ao custo de oportunidade:

Usina A: $\$11 - \$3 \times (\$11/\$18) = \$9,17$

Usina B: $\$7 - \$3 \times (\$7/\$18) = \$5,83$

Neste exemplo, o incentivo à cooperação ocorre quando a repartição se concentra na divisão do montante economizado como nos itens *c*, *d* e *e*. Isto não ocorre no item *a*, onde a usina B pagaria mais do que se investisse isoladamente, o mesmo ocorrendo no item *b* para a usina A. Estas alternativas são apresentadas na Figura 4.1.

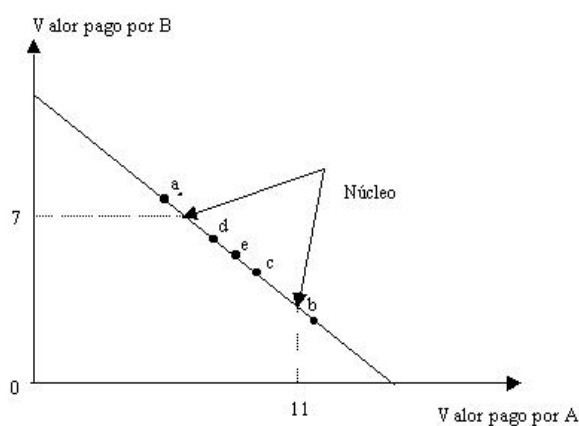


Figura 4.1: Alternativas divisão de custos para as usinas A e B

O conjunto de soluções que fornecem um incentivo à cooperação é denominado *núcleo* de um jogo cooperativo, sendo representado neste exemplo pelo segmento de reta

indicado. A idéia de núcleo de um jogo recebeu citação no trabalho de von Neumann e Morgenstern [46]. A formalização desta idéia foi realizada posteriormente por Gillies e Shapley [52, 53]. A identificação do núcleo permite que se obtenha uma solução única para este problema de múltiplas soluções.

Para ilustrar melhor a idéia de núcleo, considere outro exemplo da aplicação desta teoria na construção de uma linha de transmissão com múltiplos propósitos. Neste caso, a linha seria usada para: transmissão de energia elétrica (e), comunicação(c) e transmissão de dados (d). A Tabela 4.2 apresenta os custos para as atividades isolada e em conjunto, chamados custos de coalizão [44].

Coalizão	Custo (U\$ x 10 ³)
{e}	163,520
{c}	140,826
{d}	250,096
{e,c}	301,607
{e,d}	378,821
{c,d}	367,370
{e,c,d}	412,584

Tabela 4.2: Possíveis coalizões e respectivos custos para a construção da linha

Como pode ser observado, todas as coalizões são vantajosas pois, o custo resultante de cada coalizão é menor que a soma dos custos das atividades isoladas.

No problema de repartição de custos, para que as coalizões sejam vantajosas a todas as partes, os testes e propriedades descritas a seguir devem ser satisfeitos.

Aditividade - Sejam: N , o número total de usuários de um determinado serviço e, para cada coalizão S contida em N , $c(S)$, o custo da coalizão S (com $S \subseteq N$); $c(N)$, o custo total a ser repartido e $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ um vetor de repartição de custos, sendo x_i a parte que cabe ao participante i .

Para que a alocação seja exata:

$$\sum x_i = c(N)$$

Esta condição, referida como requisito de *Otimidade de Pareto*, indica que a soma das parcelas do custo atribuídas a cada participante deve ser igual ao custo total.

Subaditividade - A subaditividade está relacionada a funções de produção com retorno de escala crescentes. Neste caso, para coalizões distintas S' e S'' ,

$$c(S' \cup S'') \leq c(S') + c(S'')$$

isto é, o custo da união de duas coalizões distintas deve ser menor ou igual a soma das coalizões isoladas para que haja um incentivo à cooperação.

Monotonicidade - Esta propriedade estabelece que se houver um incremento no custo total o custo individual dos agentes deve aumentar ou permanecer constante, pois neste caso a redução de custos de um participante estaria caracterizando um subsídio cruzado. Deste modo:

$$c(S) \leq c(S')$$

para todo $S \subseteq S'$.

Desta forma, quanto mais usuários se unirem para obter em conjunto um determinado serviço, maior deve ser o custo.

Teste do custo isolado - Este teste estabelece que o montante atribuído a um participante não deve ser superior ao que o mesmo pagaria pelo serviço isoladamente. Assim:

$$x(S) \leq c(S)$$

com

$$x(S) = \sum_{i \in S} x_i$$

para todo $S \subseteq N$, onde todas as variáveis foram anteriormente definidas.

Esta propriedade está relacionada ao incentivo à cooperação. Isto é, deve haver necessariamente uma redução de custos para levar a uma adesão voluntária à coalizão. Em um problema de alocação de custos, as inequações representadas por este teste são referenciadas como *Racionalidade de Coalizão* [47].

Teste do custo incremental - Esta regra indica que o custo próprio de um agente

deve ser maior ou igual ao o custo incremental de sua inclusão na coalizão, isto é:

$$x(S) \geq c(N) - c(N - S) \quad \text{para qualquer } S \subseteq N$$

Esta propriedade está relacionada à garantia de que os outros participantes não sejam penalizados pela inclusão de um novo agente [39].

Núcleo - O conjunto de alocações que satisfazem a propriedade de Aditividade (*Otimalidade de Pareto*) e do Teste do Custo Isolado (*racionalidade de coalizão*) representa as soluções que pertencem ao núcleo de um jogo de alocação de custos. Essas alocações são denominadas de *imputações*. No exemplo da linha de transmissão, onde o custo total da coalizão (e, c, d) é de 412,584, a Otimalidade de Pareto é graficamente representada na Figura 4.2.

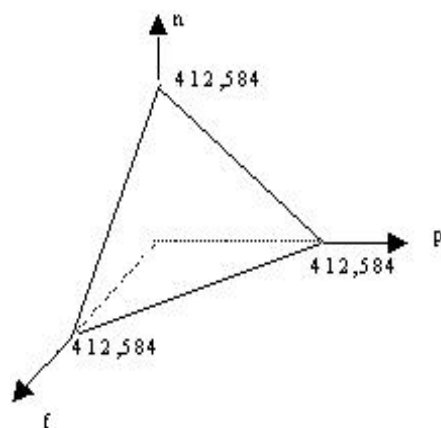


Figura 4.2: Representação gráfica da condição de *Otimalidade de Pareto* para o exemplo considerado

Os vértices deste tetraedro são determinados quando o custo total é atribuído a apenas um dos participantes, e , c ou d . Os limites para a formação do núcleo são gerados pelas restrições formadas pelo teste do custo isolado. Neste exemplo tem-se:

$$\begin{aligned}
x_e &\leq 163,520 \\
x_c &\leq 140,826 \\
x_d &\leq 250,096 \\
x_e + x_c &\leq 301,607 \quad \text{ou} \quad x_d \geq 110,977 \\
x_e + x_d &\leq 378,821 \quad \text{ou} \quad x_c \geq 33,763 \\
x_c + x_d &\leq 367,370 \quad \text{ou} \quad x_e \geq 45,214 \\
x_e + x_c + x_d &= 412,584
\end{aligned}$$

A projeção destas restrições em duas dimensões é apresentada na Figura 4.3.

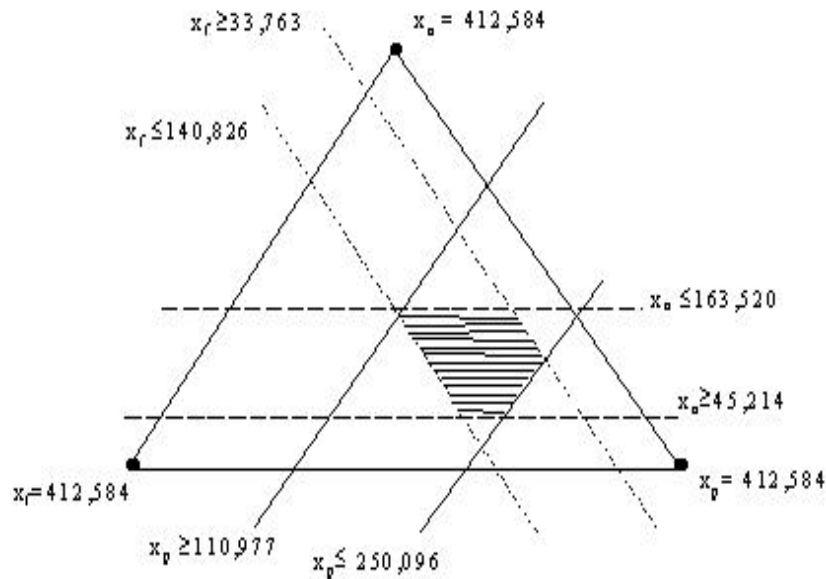


Figura 4.3: Projeção das restrições no plano bidimensional com formação de núcleo

O núcleo em destaque contém as soluções que estimulam a cooperação de todos os participantes. Entretanto, podem ocorrer situações onde o núcleo é vazio, mesmo quando a propriedade de subaditividade é satisfeita, como no exemplo mostrado a seguir. Sejam

$$\begin{aligned}
 c(1) &= c(2) = c(3) = 6 \\
 c(1, 2) &= c(1, 3) = c(2, 3) = 7 \\
 c(1, 2, 3) &= 11
 \end{aligned}$$

Neste caso as coalizões reduzem os custos. Entretanto, se as inequações deste problema forem somadas, isto é,

$$x_1 + x_2 \leq 7 + x_1 + x_3 \leq 7 + x_2 + x_3 \leq 7 \Rightarrow 2(x_1 + x_2 + x_3) \leq 21$$

Esta condição contradiz a propriedade de alocação exata ou de aditividade em que:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

A representação gráfica bidimensional deste problema é apresentada na Figura 4.4.

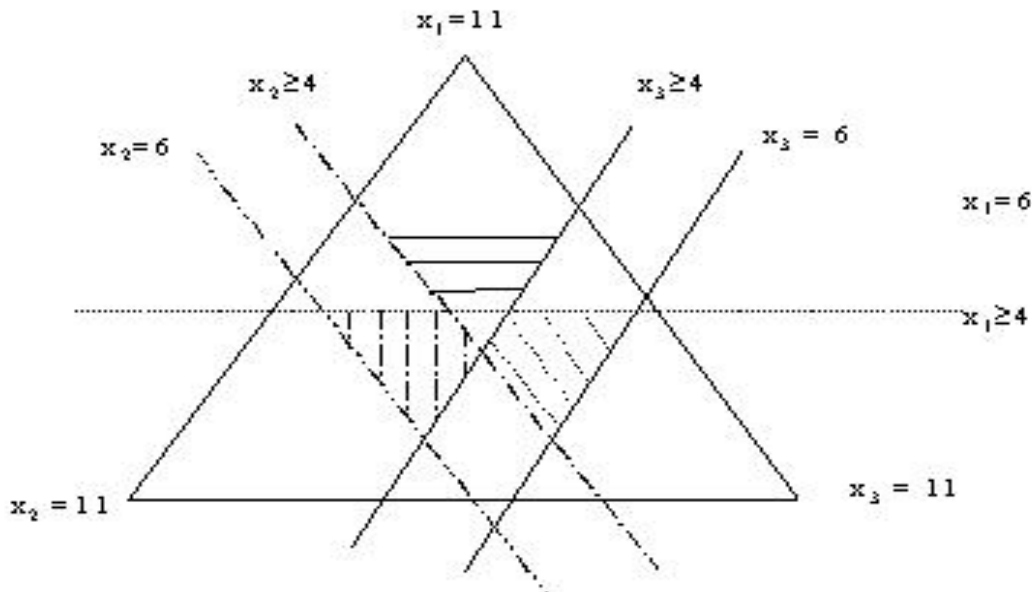


Figura 4.4: Exemplo de projeção de restrições que formam núcleo vazio

Como pode ser visualizado na Figura 4.4, as restrições formam um conjunto vazio, não existindo um conjunto de soluções cooperativas. Conseqüentemente, a solução de

repartição é única e igual a $11/3 = 3,67$.

Segundo Shapley [54], se a função de custo de coalizão c for côncava (ou submodular) o núcleo é não vazio; isto é,

$$c(S \cup T) + c(S \cap T) \leq c(S) + c(T) \text{ para todo } S, T \subseteq N$$

Para cada $i \in N$ e $S \subseteq N$ a contribuição relativa ao custo marginal de S correspondente a i é dada por:

$$c^i(S) = c(S) - c(S - i) \text{ se } i \in S$$

$$c^i(S) = c(S + i) - c(S) \text{ se } i \notin S$$

A função $c^i(S)$ é a derivada de c com respeito a i . Pode ser verificado que c é côncava, se e somente se para todo i a derivada de c com respeito a i é uma função monotonicamente decrescente de S , assim se $S \subseteq S'$ implica que $c^i(S) \geq c^i(S')$.

A seguir apresentam-se dois métodos usados na Teoria dos Jogos para a repartição de custos: o Método do Nucleolus, que se baseia na existência do núcleo, e a metodologia de Aumann-Shapley, que possui aplicação mais genérica.

4.3 Método do Nucleolus

De acordo com o tópico anterior, as coalizões que possuem um núcleo não nulo formam um conjunto de possíveis soluções cooperativas. No método do Nucleolus [44], procura-se determinar, dentre as soluções possíveis, a solução mais *justa*. Pode-se afirmar que uma coalizão S é *melhor* do que uma coalizão T , relativa a uma alocação x , se

$$c(S) - x(S) > c(T) - x(T)$$

pois pelo teste do custo isolado

$$c(S) - x(S) \geq 0$$

para todo $S \subset N$. O valor ou o montante economizado de uma coalizão pode ser definido por $e(S, x) = c(S) - x(S)$. O critério de *justiça* no método de Nucleolus consiste em maximizar o montante economizado pela coalizão menos beneficiada, ou seja, determinar um vetor de repartição x que maximize o $\min_s e(S, x)$. Neste caso, o vetor x pode ser obtido pelo seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } \alpha \\ & \text{sujeito a } e(x, S) \geq \alpha \text{ para } \forall S \neq \Phi, N \\ & \sum_N x_i = c(N) \end{aligned}$$

Em geral, este problema possui mais de uma solução. A solução de *nucleolus* é o vetor x que maximiza $e(x)$ lexicograficamente, isto é, para o qual o valor do menor montante economizado é o máximo valor possível.

Para ilustrar uma aplicação desta metodologia, considere o exemplo da construção da linha de transmissão para múltiplas finalidades, mas com o custo total aumentado para \$515,000. Assim:

$$\begin{aligned} x_e &\leq 163,520 \\ x_c &\leq 140,826 \\ x_d &\leq 250,096 \\ x_e + x_c &\leq 301,607 \text{ ou } x_d \geq 147,630 \\ x_e + x_d &\leq 378,821 \text{ ou } x_c \geq 136,179 \\ x_c + x_d &\leq 367,370 \text{ ou } x_e \geq 213,393 \\ x_e + x_c + x_d &= 515,000 \end{aligned}$$

A solução de Nucleolus denotada por n na Figura 4.5 corresponde aos pontos $x_e^* = 155,367$, $x_c^* = 138,502$ e $x_d^* = 221,113$. Esta solução é ótima porque a menor distância para qualquer fronteira do núcleo (em destaque) é a máxima possível, conforme pode ser observado na mesma figura.

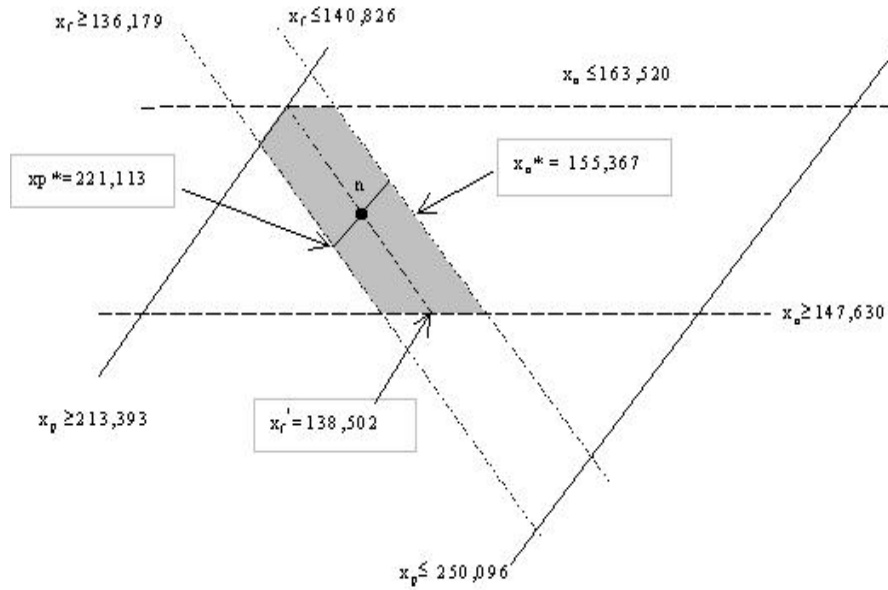


Figura 4.5: Solução de Nucleolus para o exemplo de construção de uma linha de transmissão de múltiplas finalidades

4.4 O Problema de Alocação via Custos Marginais

Neste trabalho, enfoca-se a repartição dos encargos referentes aos serviços prestados entre os agentes de geração e de consumo de energia elétrica, os quais são usuários do mesmo sistema de transmissão. A solução deste problema através da aplicação dos custos marginais apresenta limitações no que diz respeito a recuperação do custo do serviço. Na referência [11], este aspecto é analisado no problema de alocação de perdas, conforme descrito a seguir.

A Figura 4.6 apresenta um sistema de transmissão com dois geradores i e k conectados pelas linhas $i - m$ e $k - m$ a um nó intermediário m , que por sua vez está ligado ao consumidor n pela linha $m - n$.

A perda de potência ativa na linha $m - n$ em função da corrente i_{m-n} é dada por:

$$P_l = r i_{m-n}^2$$

onde, r é a resistência da linha $m - n$.

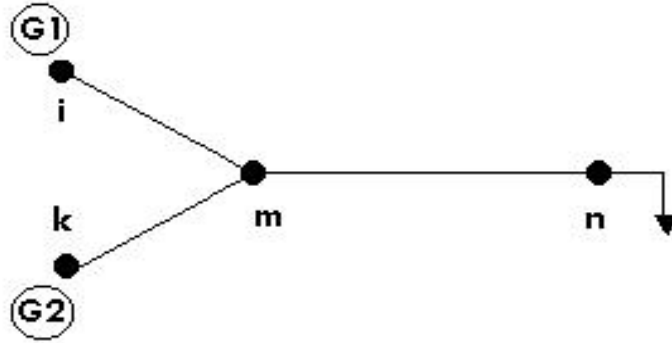


Figura 4.6: Sistema de três barras - 2 geradores suprindo uma carga

Se a divisão de P_l é feita através da aplicação dos custos marginais, obtém-se para a barra n :

$$P_{l_n} = \frac{\partial P_l}{\partial I_n} I_n$$

onde, P_{l_n} e I_n são respectivamente a parcela da perda atribuída ao nó n e a injeção de corrente neste nó.

Desde que $I_n = i_{m-n}$ e P_l é uma função convexa, este esquema leva a sobre-remuneração pois a quantidade total recuperada é igual a:

$$P_{l_n} = 2rI_n^2 = 2ri_{m-n}^2 = 2P_l$$

o que corresponde ao dobro da perda total. Portanto, a propriedade básica da *aditividade*, relativa à alocação, não é satisfeita. O mesmo ocorre quando se reparte custo de geração ou de congestionamento. Na próxima seção apresenta-se a metodologia de Aumann-Shapley, a qual permite que os custos marginais seja adequadamente usados no sentido da identificação do impacto real de cada agente na função de custo, assim como a recuperação exata do valor do serviço.

4.5 Metodologia de Aumann-Shapley

Este é um método de repartição de custos mais genérico, que se aplica a funções de custo marginalmente crescentes ou decrescentes. Diferentemente do método de Nucleolus, a sua aplicação independe da existência de um núcleo. Além disso, segundo Billera e Heath, é a única metodologia de repartição de custos que satisfaz ao seguinte conjunto de axiomas [5, 6]:

- recupera o custo do serviço;
- é aditiva;
- é invariante com relação a mudanças de escala;
- é monotônica.

Na referência [7] propõe-se o uso de Aumann-Shapley para alocação de custos de serviços ancilares. O desenvolvimento desta metodologia é feito a partir de um exemplo conforme descrito a seguir:

Dois agentes A e B desejam compartilhar de um suporte proveniente da rede de transmissão de um sistema elétrico (compensação de reativos por exemplo). Considerando, P_A , P_B a quantidade de suas transações e $c(P_A, P_B)$ o custo total do suporte em função de P_A e P_B (assumindo que $c(0, 0) = 0$ e $c(x, y)$ é diferenciável), o problema passa ser como dividir os custos entre A e B . Uma possibilidade é a aplicação direta dos custos marginais levando a:

Custo alocado para A: $\pi_A P_A$; Custo alocado para B: $\pi_B P_B$;

onde,

$$\pi_A = \frac{\partial c}{\partial x}(P_A, P_B)$$

$$\pi_B = \frac{\partial c}{\partial y}(P_A, P_B)$$

são os custos marginais correspondentes às transações P_A e P_B , respectivamente.

O problema com esta regra de alocação é se $c(x,y)$ for derivada de uma função com produção de escala decrescente, então

$$\pi_A P_A + \pi_B P_B > c(P_A, P_B)$$

Isto significa que o montante coletado pelo sistema de transmissão, é maior do que o custo de prover o recurso. Para ilustrar esta situação numericamente, suponha os seguintes dados:

- transações: $P_A = 181,5 \text{ MW}$, $P_B = 300 \text{ MW}$;
- custo da coalizão: $c(P_A, P_B) = \$690,80$;
- custos incrementais: $\pi_A = \pi_B = \$2,55/\text{MW}$.

Assim, o montante a ser pago o por A e B é igual a

$$\pi_A P_A + \pi_B P_B = 2,55 \times (181,5 + 300) = \$1227,80$$

o que supera o custo de coalizão de $\$690,80$.

Outra dificuldade da direta aplicação dos preços marginais, está associada à ordem na qual as coalizões são realizadas, pois freqüentemente as adesões ocorrem em ordem randômica. Neste exemplo, o custo alocado a B é maior se sua transação for considerada após a transação A . Especificamente:

$$\frac{\partial c}{\partial y}(P_A, P_B) > \frac{\partial c}{\partial y}(0, P_B)$$

O problema da ordem dos participantes, pode ser resolvido pelo Valor de Shapley [39], o qual é obtido pelo cálculo da média dos vários custos incrementais de inclusão de um dado agente. Formalmente, o valor de Shapley x_i para a inclusão de um agente i é dado por:

$$x_i = \sum_{S \subseteq N - \{i\}} P(S) \{c(S + i) - c(S)\}$$

onde N é o conjunto de agentes e $P(S)$ é a probabilidade de ocorrência da coalizão S . Segundo a referência [55], o valor de Shapley satisfaz os axiomas de aditividade, *dummy*, monotonicidade e de consistência. Isto é, para funções côncavas o valor de Shapley sempre pertence ao núcleo.

No problema exemplo, se for considerada a mesma probabilidade de ocorrência para cada coalizão, tem-se:

$$\begin{aligned} x_A &= \frac{\{c(A) + [c(A, B) - c(B)]\}}{2} \\ x_B &= \frac{\{c(B) + [c(A, B) - c(A)]\}}{2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Este método de alocação, torna o problema independente da ordem de entrada dos participantes na coalizão. Entretanto, permanece injusto para o agente A se P_B for muito maior do que P_A . Se, por exemplo, a função de custo de coalizão fosse marginalmente crescente e dada por:

$$c(P_A, P_B) = (P_A + P_B)^3$$

então $C(P_A) = 5,979 \times 106$, $C(P_B) = 27,000 \times 106$ e $c(P_A, P_B) = 111,632 \times 106$.

Aplicando-se o valor de Shapley para obter o montante de cada agente, obtém-se:

$$x_A = \{5,979 + [11991,632 - 27,000]\} \times 106 = 45,31 \times 106$$

$$x_B = \{27,000 + [111,632 - 5,979]\} \times 106 = 66,33 \times 106$$

Calculando-se o montante de cada participante por MW chega-se a:

$$x_A = 45,31 \times \frac{106}{181.5} = \frac{249 \times 103}{MW}$$

$$x_B = 66,33 \times \frac{106}{300.0} = \frac{221 \times 103}{MW}$$

Na função de custo $c(P_A, P_B)$, os montantes A e B apresentam ponderações unitárias. Logo, seria esperado que os montantes por cada MW fossem iguais. Entretanto, A paga mais do que B pelo fato da transação de B ser maior do que a de B .

Na metodologia de Aumann-Shapley, este problema é resolvido fracionando-se cada transação em um grande número de pequenas frações iguais, como ilustrado na Figura 4.7

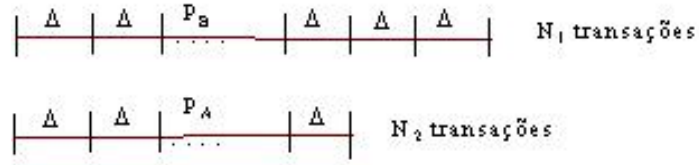


Figura 4.7: Divisão das transações A e B em frações iguais

Considerando $N = N_1 + N_2$ o número total de transações, então o número de possibilidades que estas podem ser combinadas é dado por:

$$\binom{N}{N_1} = \frac{N!}{N_1!(N - N_1)!}$$

Supondo que $N_1 = 2$ e $N_2 = 1$ existem três possíveis combinações para cada partição de dimensão D . Cada combinação pode ser associada a um caminho α . Os coeficientes finais são obtidos pela média dos custos marginais ao longo de todos os caminhos. Assim:

$$\pi_A = \frac{\sum_{\alpha} \pi_A^{\alpha}}{N_{\alpha}}$$

e

$$\pi_B = \frac{\sum_{\alpha} \pi_B^{\alpha}}{N_{\alpha}}$$

onde N_{α} é o número de caminhos e é expresso como

$$N_{\alpha} = \binom{N}{N_1}$$

No limite, quando $\Delta = 0$, e conseqüentemente N e N_1 tendem a infinito: $\Delta = P_A/N_1$ e $\Delta = P_B/N_1$ para as transações A e B respectivamente. Desta forma pode-se chegar a [7]:

$$\begin{aligned}
\pi_A &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\partial c}{\partial x}(tP_A, tP_B) dt \\
\pi_B &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\partial c}{\partial y}(tP_A, tP_B) dt
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Finalmente:

$$\begin{aligned}
c(P_A, P_B) &= P_A \pi_A + P_B \pi_B \\
&= \int_{t=0}^1 \left[P_A \frac{\partial c}{\partial x}(tP_A, tP_B) + P_B \frac{\partial c}{\partial y}(tP_A, tP_B) \right] dt \\
&= \int_{t=0}^1 \frac{d}{dt} c(tP_A, tP_B) dt
\end{aligned}$$

O intervalo de integração $t = 0$ a $t = 1$ indica que os custos marginais relacionados às transações A e B devem ser integrados ao longo de uma trajetória, desde o valor nulo da transação até seu valor efetivo; isto é, $P_A(t); t \in [0, 1]$ e $P_B(t); t \in [0, 1]$, assumindo-se que a evolução de cada transação é dada por $P_A(t) = tP_A$; $0 \leq t \leq 1$ e $P_B(t) = tP_B$; $0 \leq t \leq 1$.

Portanto, através dos preços de Aumann-Shapley é possível chegar a uma repartição *justa*, e que ao mesmo tempo recupera o valor exato do serviço, sem os excedentes de remuneração que ocorrem na simples aplicação dos custos marginais.

Na referência [56] os autores mostram uma aplicação do Valor de Shapley no problema de alocação do custo de uso da rede de transmissão em sistemas de energia. Através de exemplos são apresentadas as vantagens da realização de coalizões para o atendimento da demanda, bem como da superioridade deste método de alocação quando comparado com metodologias mais conhecidas como *postage-stamp* e *MW-miles*.

4.6 Exemplo - Alocação de Perdas

Para ilustrar numericamente a aplicação da metodologia de Aumann-Shapley, apresenta-se a seguir o problema de alocação de perdas de potência ativa em um sistema de três barras, cujos dados são apresentados nas Tabelas 4.3 e 4.4

Barra	Carga (MW)
1	0
2	100
3	100

Tabela 4.3: Dados de barra

Linha	R (p.u.)	X (p.u.)	B (p.u.)
1 – 2	0,02	0,06	0,030
1 – 3	0,08	0,18	0,025
2 – 3	0,06	0,24	0,020

Tabela 4.4: Dados de linha

A Figura 4.8 mostra o resultado do fluxo de potência para este sistema. Conforme pode ser observado, considerando-se simultaneamente o suprimento das duas cargas, a perda total no sistema de transmissão é de $5,92MW$.

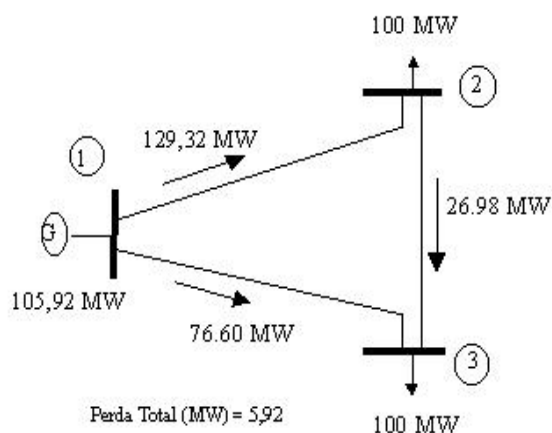


Figura 4.8: Solução do fluxo de potência - sistema 3 barras

Se somente a carga da Barra 2 for suprida, obtém-se o resultado apresentado na Figura 4.9. Neste caso, a perda de potência ativa nas linhas de transmissão é de $1,25MW$.

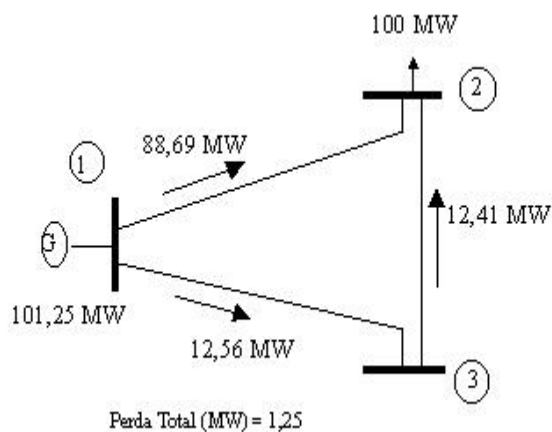


Figura 4.9: Solução do fluxo de potência - somente carga na Barra 2

Na Figura 4.10 apresenta-se o resultado do fluxo de potência considerando apenas a carga da Barra 3, o que resulta em numa perda total de $3,12MW$.

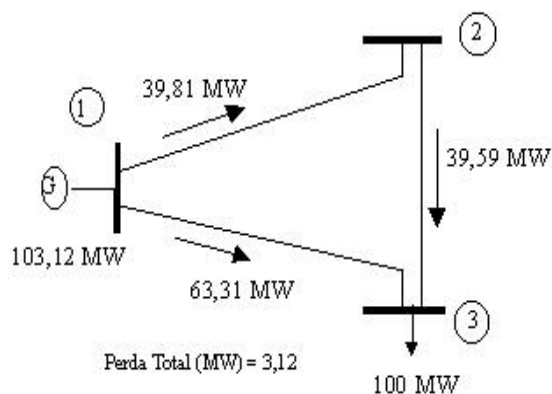


Figura 4.10: Solução do fluxo de potência - somente carga na Barra 3

A soma das perdas correspondentes aos casos onde as cargas foram supridas individualmente é $4,37MW$ ($3,12 + 1,25$), valor menor do que os $5,92MW$ obtidos quando as cargas são consideradas simultaneamente. Assim, apesar das cargas serem beneficiadas pelo uso comum de única rede de transmissão, a inclusão de novos agentes aumenta

a participação das mesmas no rateio das perdas. Portanto, a perda de potência ativa em uma rede de transmissão pode ser vista como uma função de custo marginalmente crescente; isto é, a perda total relacionada à inclusão de um novo participante é maior do que o incremento individual associado ao novo participante de forma isolada.

Neste contexto, o problema a ser resolvido é determinar a parcela de cada barra nas perdas totais ($5,92MW$) de forma *justa*. A Tabela 4.5 apresenta alternativas de divisão das perdas.

Barra	<i>pro rata</i>	perdas individuais	Valor de Shapley	Aumann-Shapley
2	2,96(50%)	1,25(29%)	2,03(34%)	1,95(33%)
3	2,96(50%)	3,13(71%)	3,90(66%)	3,96(67%)
<i>Total</i>	5,92(100%)	4,38(100%)	5,92(100%)	5,91(100%)

Tabela 4.5: Alternativas para a alocação das perdas

Se o critério adotado para a divisão for a proporcionalidade à demanda, os fatores de participação das barras são iguais, já que a rede de transmissão não é levada em consideração. Neste caso, a Barra 3 é beneficiada, pois a contribuição individual (*custo isolado*) da Barra 3 é maior em relação ao da Barra 2, o que caracteriza um subsídio cruzado. Este problema é eliminado considerando-se a contribuição individual de cada carga. Entretanto, a soma das perdas individuais é menor do que a perda total e por isto a propriedade de aditividade não é satisfeita. Nas metodologias de Aumann-Shapley e do Valor Shapley (aplicação das equações (4.2) e (4.1) respectivamente), estes fatores são obtidos de forma que a soma das participações individuais sejam iguais a perda total. Isto pode ser observado nas últimas colunas da Tabela 4.5.

Observa-se que o resultado da aplicação da Teoria dos Jogos, divide o aumento das perdas entre os participantes, tal que o fator de participação da Barra 2 aumenta e o da Barra 3 diminui, quando comparados com impacto das perdas individuais. Isto satisfaz a prerrogativa de cooperação entre os participantes no uso comum da rede de transmissão.

4.7 Exemplo de Alocação de Custo de Geração de Potência Ativa

Considere-se o mesmo sistema no problema de alocação de custos de geração de potência ativa. Se a função de custo de produção do Gerador 1 for do tipo $C = a + bP_g + cP_g^2$, com a e b iguais a zero e $c = 1,0$, a solução de mínimo custo é apresentada na Tabela 4.6

Barra	$P_g(MW)$	$Q_g(Mvar)$	$P_d(MW)$	$Q_d(Mvar)$	$\lambda_P(\$/MW)$
1	205,92	5,23	—	—	412,839
2	—	—	100,0	0,0	429,922
3	—	—	100,0	0,0	446,607
<i>Total</i>	205,92	5,23	200,0	0,0	—

Tabela 4.6: Solução de mínimo custo de geração

O mínimo custo de geração é dado por $(P_{g1})^2 = 42403$. Se os custos marginais forem utilizados para estabelecer o pagamento das cargas e a receita dos geradores, o montante arrecadado pelos geradores será igual ao dobro do valor real do custo de geração, uma vez que a função de custo é quadrática. Por outro lado, os fatores de custo unitários fornecidos pela estratégia de Aumann-Shapley permitem a recuperação precisa do valor do serviço ofertado. A Tabela 4.7 mostra os balanços de pagamentos/receitas destas duas alternativas. Os valores de receita de geração e pagamento das cargas são obtidos pelo produto dos multiplicadores de Lagrange (fatores de custo unitários) pelas respectivas injeções de potência das barras.

Barra	Multiplic. Lagrange			Aumann-Shapley		
	λ_P ($\$/MW$)	Geração ($\$$)	Carga ($\$$)	π_P ($\$/MW$)	Geração ($\$$)	Carga ($\$$)
1	412,84	85004	—	206,91	42604	—
2	429,92	—	42992	210,38	—	21038
3	446,61	—	44661	215,54	—	21554
<i>Total</i>	—	85004	87653	—	42604	42606

Tabela 4.7: Balanço de pagamentos/receitas

Observa-se na Tabela 4.7, que os fatores de custo unitários recuperam o valor do serviço com precisão satisfatória, não sendo esta recuperação mais exata em razão do processo numérico de integração. O procedimento adotado para a obtenção dos custos marginais, assim como a aplicação da metodologia de Aumann-Shapley em outros problemas é apresentado no próximo capítulo.

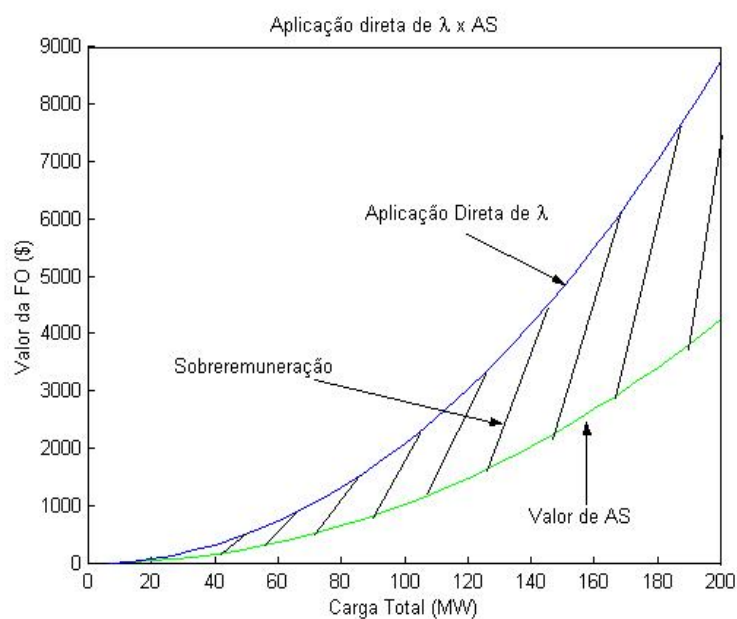
4.8 Volatilidade dos custos marginais

Os custos marginais têm um comportamento muito variável em razão de refletirem o comportamento instantâneo da variação do valor da função objetivo para acréscimos ou decréscimos na demanda. O Valor de Aumann-Shapley tem a propriedade de eliminar esta volatilidade. Considere o mesmo exemplo de mínimo custo de geração de potência ativa para o sistema de 3 barras, apenas mudando o coeficiente c para 0, 15 $\$/ (MW)^2$.

Obtendo-se a solução de mínimo custo de geração de potência ativa para uma variação na demanda total de 6,67MW até 200MW, se obtém a alocação total de custo para as barras de carga apresentadas na tabela 4.8. Observa-se que a medida que a carga do sistema aumenta, a diferença absoluta entre a alocação via AS e via aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange (λ) cresce acentuadamente. Inicialmente a sobre remuneração que corresponde exatamente ao dobro (100%) do custo do serviço, chega a 105% para uma demanda de 200MW. Nota-se ainda, que esta diferença não é maior, porque para cada patamar de carga foi minimizado o custo de geração de potência ativa e conseqüentemente as perdas nas linhas de transmissão. Na figura 4.11 é mostrada a diferença entre os processos de alocação com a evolução da demanda e na figura 4.12 apresenta-se a evolução da sobre remuneração, a qual cresce de forma linear com o crescimento da carga.

Carga (MW)	Custo via AS (\$)	Custo via λ (\$)	Sobreremuneração (%)
6.67	4.46	8.92	100.00
20.00	40.25	80.69	100.49
33.33	112.19	225.38	100.90
40.00	161.84	325.45	101.09
53.33	288.78	581.84	101.49
60.00	366.16	738.49	101.68
73.33	549.05	1109.52	102.08
80.00	654.65	1324.24	102.28
93.33	894.46	1812.96	102.69
100.00	1028.79	2087.33	102.89
113.33	1326.55	2696.98	103.31
120.00	1490.11	3032.65	103.52
133.33	1846.88	3766.63	103.95
140.00	2040.21	4165.34	104.16
153.33	2457.10	5027.25	104.60
160.00	2680.77	5490.88	104.82
173.33	3158.92	6484.55	105.28
180.00	3413.52	7015.05	105.51
193.33	3954.14	8144.57	105.98
200.00	4240.29	8744.06	106.21

Tabela 4.8: Uso dos custos marginais e aplicação de AS

Figura 4.11: Alocação via aplicação direta de λ e via Teoria dos Jogos

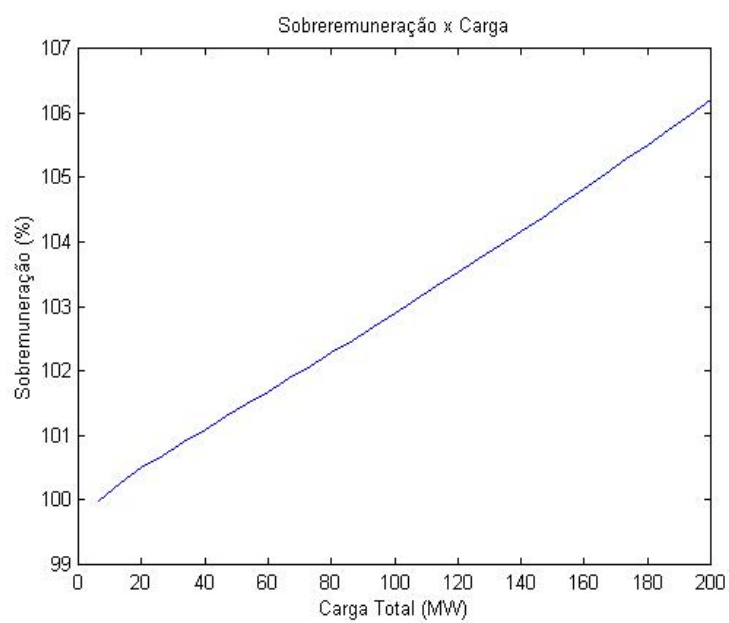


Figura 4.12: Evolução da sobreremuneração %

4.9 Conclusões

A introdução de diversos agentes no mercado de energia elétrica, decorrência do processo de desregulamentação do setor elétrico, tem incentivado a aplicação da Teoria dos Jogos, seja em problemas de definição de estratégias onde existam interesses conflitantes (Jogos Não Cooperativos), seja na divisão ótima de custos quando da formação de coalisões que visam a redução de custos globais (Jogos Cooperativos). No caso da cooperação, mostrou-se que através do método de Nucleolus é possível determinar uma solução ótima para problemas onde o conjunto de restrições envolvidas forma um núcleo de soluções viáveis. Um exemplo de construção de uma linha de transmissão com múltiplas finalidades ilustrou a aplicação desta técnica. No tema enfocado neste trabalho, busca-se alocar de forma ótima os custos associados ao uso comum da rede de transmissão entre os geradores e cargas, problema no qual a metodologia de Aumann-Shapley tem um grande potencial de aplicação. Resultados obtidos com um sistema de pequeno porte ilustraram o problema de sobre remuneração relacionado a aplicação direta dos custos marginais. A partir de exemplos numéricos pode-se observar que a combinação dos custos marginais com a metodologia de Aumann-Shapley é possível recuperar o valor do serviço com precisão, obtendo-se assim fatores de participação de cada agente no custo total que conduzem a uma alocação de custo mais razoável.

Capítulo 5

Alocação de Custos via Teoria dos Jogos

Este capítulo mostra a aplicação da Teoria dos Jogos Cooperativos na alocação de encargos associados à operação dos sistemas de potência. Três tipos de problemas são analisados: 1) a divisão dos custos de potências ativa e reativa, 2) a atribuição de fatores de custo de congestionamento e 3) a alocação das perdas de potência ativa. A base desta aplicação é a combinação da metodologia de Aumann-Shapley com a solução do problema de fluxo de potência ótimo, pois esta solução fornece os custos marginais requisitados para a determinação dos fatores unitários de alocação dos encargos às barras do sistema.

5.1 Descrição dos Problemas Abordados

O problema de fluxo de potência ótimo pode ser genericamente representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \textit{Minimizar} && f(\mathbf{x}) \\ & \textit{sujeito a} && \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & && \mathbf{l} \leq \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{u} \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde $f(\mathbf{x})$ é o índice de desempenho a ser otimizado, \mathbf{x} é o vetor das variáveis de otimização; $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ é o conjunto de equações que representam as restrições de igualdade, \mathbf{l} e \mathbf{u} são os limites inferiores e superiores do vetor $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ das restrições de desigualdade.

A função Lagrangeana associada a este problema é representada por:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) - \lambda^t \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mu^m (\mathbf{l} - \mathbf{h}(\mathbf{x})) + \mu^M (\mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}) \quad (5.2)$$

onde λ , μ^m e μ^M são vetores, cujos componentes são os multiplicadores de Lagrange e duais associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

As restrições $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ representam as equações do balanço de potência ativa e reativa nas barras do sistema de potência. Assim, os componentes do vetor λ indicam o impacto incremental das injeções de potência sobre a função objetivo, sendo denominados *custos marginais*. De forma análoga, os elementos dos vetores μ^m e μ^M fornecem uma relação de sensibilidade entre o índice de desempenho e as restrições de desigualdade. O uso dos custos marginais no cálculo dos preços de energia a curto prazo tem sido proposto no mercado *spot* de energia elétrica [27, 22, 23, 24].

No caso específico da minimização do custo total de geração de potência ativa, se o modelo *barra única* é utilizado e as restrições de fluxo de potência ativa não são consideradas, λ é o mesmo para todas as barras e por esta razão denominado o *preço marginal do sistema* (PMS). Este valor é igual ao custo de geração (ou preço declarado) da unidade *mais cara* despachada; isto é, o preço *spot* do modelo *Pool*, obtido via despacho das unidades geradoras de menor custo em sequência até que a demanda seja atendida (programação *ex-ante* via *ordem de mérito*). A justificativa para o uso desta metodologia é o incentivo que a mesma promove à adoção de medidas que reduzam o custo de geração das usinas. Assim, as unidades geradoras são despachadas sem prever a ocorrência de eventuais congestionamentos na rede de transmissão, sendo portanto necessários mecanismos adicionais para compensar as perdas e as restrições de transmissão [57]. Outro aspecto que deve ser observado com relação a esta metodologia, é que no processo de reconciliação somente o gerador que define o PMS (o mais caro despachado) receberá o pagamento calculado com base no seu custo de geração. As demais unidades geradoras despachadas serão remuneradas com base num valor maior do que o preço declarado.

Se o modelo não linear da rede for considerado no problema representado pela Equação (5.1) (*modelo nodal*), preços marginais distintos para as barras do sistema são obtidos. Estes preços refletem implicitamente o efeito dos eventuais congestionamentos e das perdas de potência no sistema de transmissão. Neste caso, a adoção de esquemas de compensação que reflitam a localização de geradores e cargas na rede torna-se desnecessária. Entretanto, a aplicação direta dos custos marginais para a alocação de custos pode gerar excedentes financeiros, desequilibrando o balanço entre a receita dos geradores e pagamento das cargas. Por esta razão, da mesma forma que no modelo barra única, os geradores são sobreremunerados em relação aos preços declarados.

Nas seções seguintes, mostra-se como a metodologia de Aumann-Shapley pode ser combinada ao problema de fluxo de potência ótimo, usando o modelo nodal da rede elétrica, para solucionar simultaneamente os problemas de excesso de remuneração e fluxo de pagamentos.

5.1.1 Alocação do Custo de Potência Ativa

A obtenção do ponto de operação de menor custo de geração de potência ativa pode ser representado por:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^{ng} C_i(P_{g_i}) \\
 & \text{sujeito a} \quad \sum_{j=1}^n [(P_{g_j} - P_{d_j}) - P_j(V, \delta, a)] = 0 \\
 & \quad \sum_{j=1}^n [(Q_{g_j} - Q_{d_j}) - Q_j(V, \delta, a)] = 0 \\
 & \quad P_{g_j}^m \leq P_{g_j} \leq P_{g_j}^M \\
 & \quad Q_{g_j}^m \leq Q_{g_j} \leq Q_{g_j}^M \\
 & \quad V_j^m \leq V_j \leq V_j^M \\
 & \quad a_{kj}^m \leq a_{kj} \leq a_{kj}^M \\
 & \quad s_{kj} \leq s_{kj}^M
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

onde, $C_i(P_{gi})$ é o custo de produção de potência ativa do gerador i , ng é o número de unidades geradoras; n é o número de barras do sistema; P_{gj} , Q_{gj} , P_{dj} , Q_{dj} são as potências ativa e reativa, geradas e demandadas, respectivamente, na barra j ; $P_j(V, \delta)$ e $Q_j(V, \delta)$ representam as injeções de potência ativa e reativa das barras expressas em função da magnitude e do ângulo das tensões nodais, a_{kj} é o tap do transformador da linha $k - j$ com respectivos limites inferior e superior a_{kj}^m e a_{kj}^M e s_{kj} é o fluxo de potência da linha $k - j$ com respectivo limite superior s_{kj}^M .

Note-se que as duas restrições de igualdade do problema expresso na Equação (5.3) representam os balanços totais de potências ativa e reativa, respectivamente.

A função Lagrangeana correspondente a este problema é expressa como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(P_g, V, a, \lambda, \mu) = & \sum_{i=1}^{ng} C_i(P_{gi}) - \\ & \lambda_p \sum_{j=1}^n [(P_{gj} - P_{dj}) - P_j(V, \delta, a)] - \lambda_q \sum_{j=1}^n [(Q_{gj} - Q_{dj}) - Q_j(V, \delta, a)] + \\ & \sum_{i=1}^{ng} [\mu_p^{m^t}(P_g^m - P_g)] - \sum_{i=1}^{ng} [\mu_p^{M^t}(P_g^M - P_g)] + \sum_{i=1}^{ng} [\mu_q^{m^t}(Q_g^m - Q_g)] - \\ & \sum_{i=1}^{ng} [\mu_q^{M^t}(Q_g^M - Q_g)] + \sum_{i=1}^n [\mu_v^{m^t}(V^m - V)] - \sum_{i=1}^n [\mu_v^{M^t}(V^M - V)] + \\ & \sum_{i=1}^{nt} [\mu_a^{m^t}(a^m - a)] - \sum_{i=1}^{nt} [\mu_a^{M^t}(a^M - a)] - \sum_{i=1}^{nl} [\mu_l^t(s^M - s)] \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde, λ_p e λ_q são os multiplicadores de Lagrange associados aos balanços de potência ativa e reativa nas barras; μ_p^m , μ_p^M , μ_q^m , μ_q^M , μ_v^m , μ_v^M , μ_a^m , μ_a^M e μ_l são os vetores dos multiplicadores duais associados às restrições de desigualdade, n_t é o número de transformadores com comutação sob carga e n_l é o número de linhas de transmissão.

Os custos marginais ρ_{P_i} e ρ_{Q_i} , que representam a variação instantânea da função

objetivo em relação às injeções de potência na barra i são dados por [23]:

$$\begin{aligned}
 \rho_{P_i} &= \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, V, a, \lambda, \mu)}{\partial P_i} \\
 &= \lambda_p \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) + \lambda_q \left(\frac{\partial Q_{gi}}{\partial P_i} - \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \right) + \sum_{k=1}^m (\mu_{Q_{gk}}^m - \mu_{Q_{gk}}^M) \frac{\partial Q_{gk}}{\partial P_i} \\
 &\quad + \sum_{j=1}^{n_v} (\mu_{V_{dj}}^m - \mu_{V_{dj}}^M) \frac{\partial V_j}{\partial P_i} - \sum_{l=1}^{nl} \mu_l \frac{\partial s_l}{\partial P_i} \\
 &\quad + \mu_{P_{gi}}^m - \mu_{P_{gi}}^M \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{Q_i} &= \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, V, a, \lambda, \mu)}{\partial Q_i} \\
 &= -\lambda_p \frac{\partial P_L}{\partial Q_i} + \lambda_q \left(1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} \right) + \sum_{k=1}^m (\mu_{Q_{gk}}^m - \mu_{Q_{gk}}^M) \frac{\partial Q_{gk}}{\partial Q_i} \\
 &\quad + \sum_{j=1}^{n_v} (\mu_{V_{dj}}^m - \mu_{V_{dj}}^M) \frac{\partial V_j}{\partial Q_i} - \sum_{l=1}^{nl} \mu_l \frac{\partial s_l}{\partial Q_i} \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

onde, P_L e Q_L são as perdas de potência ativa e reativa do sistema, respectivamente; m é número de barras com potência reativa no limite; n_v o número e barras de carga com tensão no limite, s_l é o fluxo de potência aparente na linha l , nl é o número de linhas com fluxos de potência aparente no limite e n é o número de barras do sistema e,

- λ_p : é a componente do custo marginal relacionada ao balanço de potência ativa;
- $\lambda_p \frac{\partial P_L}{\partial P_i}$: é a componente do custo marginal relacionada à perda de potência ativa no sistema de transmissão;
- $\lambda_q \left(\frac{\partial Q_{gi}}{\partial P_i} - \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \right)$: é a componente do custo marginal relacionada às variações da geração de potência reativa da barra i e da perda de potência reativa na rede de transmissão;
- $\sum_{k=1}^m (\mu_{Q_{gk}}^m + \mu_{Q_{gk}}^M) \frac{\partial Q_{gk}}{\partial P_i}$: representa a componente do custo marginal relacionado à variação da injeção de potência ativa na barra i sobre as barras k com geração de potência reativa no limite;
- $\sum_{j=1}^{n_v} (\mu_{V_{dj}}^m + \mu_{V_{dj}}^M) \frac{\partial V_j}{\partial P_i}$: representa a componente do custo marginal relacionado à

variação da injeção de potência ativa na barra i sobre as barras k com com tensão no limite;

- $\sum_{l=1}^{nl} \mu_l \frac{\partial s_l}{\partial P_i}$: representa a componente do custo marginal relacionado à variação da injeção de potência ativa na barra i sobre o fluxo de potência aparente nas linhas l cujo limite foi atingido;

Interpretação análoga é dada aos termos componentes de ρ_{Q_i} . Todas essas grandezas são relações de sensibilidade instantâneas. De acordo a Teoria dos Jogos Cooperativos, os custos unitários de Aumann-Shapley das injeções de potência ativa e reativa em cada barra são obtidos integrando-se as variações incrementais expressas nas equações (5.5), isto é,

$$\begin{aligned}\pi_{P_i} &= \int_0^t \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, V, a, \lambda, \mu)}{\partial P_i} dt, & i = 1, n \\ \pi_{Q_i} &= \int_0^t \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, V, a, \lambda, \mu)}{\partial Q_i} dt, & i = 1, n\end{aligned}\tag{5.6}$$

Conforme mencionado no capítulo anterior, o intervalo de integração 0 a t indica os custos marginais devem ser integrados ao longo de uma trajetória desde a demanda nula até o valor efetivo da demanda de cada barra, isto é, $P_d(t)$ e $Q_d(t)$ para $t \in [0, t]$. Uma vez que se conhece o vetor de demanda em um dado ponto de operação, e não sua trajetória, assume-se que a evolução da demanda é dada por $P_d(t) = tP_d$ e $Q_d(t) = tQ_d$ para $0 \leq t \leq 1$. Portanto, a obtenção dos custos (ou fatores) unitários de Aumann-Shapley consiste em resolver as equações expressas em (5.6) para cada barra no intervalo correspondente às suas injeções de potência a partir de uma evolução linear da demanda no intervalo $[0, t]$.

As parcelas do custo de geração relativos à injeção de potência ativa e reativa na barra i são dados por:

$$\begin{aligned}\$_{P_i} &= \pi_{P_i} \times P_i, & i = 1, n \\ \$_{Q_i} &= \pi_{Q_i} \times Q_i, & i = 1, n\end{aligned}\tag{5.7}$$

Estas parcelas quantificam o impacto das injeções de potência no custo de geração.

O valor total do custo é obtido somando-se as parcelas correspondentes a todas as barras do sistema.

5.1.2 Alocação do Custo de Potência Reativa

O ponto de operação correspondente ao mínimo custo de geração de potência reativa pode ser obtido minimizando-se a função,

$$f(Q_g) = \sum_{i=1}^{ng} C_i(Q_{gi}) \quad (5.8)$$

onde $C_i(Q_{gi})$ representa a curva de custo da injeção de potência reativa na barra i , sujeito às mesmas restrições operativas expressas na Equação (5.3).

A injeção de potência reativa é basicamente proveniente dos geradores, dos elementos de compensação shunt (capacitores e indutores) e dos compensadores estáticos, envolvendo também a comutação de tapes de transformadores. Estes fatores dificultam a quantificação do custo da injeção de potência reativa, tornando o problema representado na Equação (5.8) bem mais complexo do que a obtenção da solução de mínimo custo de geração de potência ativa.

Supondo disponíveis as curvas de custo de injeção de potência reativa (conforme sugerido na referência [58]), os custos marginais das injeções de potência nas barras são expressos de forma semelhante a da Equação (5.5).

Os fatores unitários de Aumann-Shapley das injeções de potência reativa e ativa e as parcelas do custo de injeção de potência reativa correspondentes às injeções de potência na barra i são dados pelas Equações (5.6) e (5.7).

5.1.3 Alocação das Perdas de Potência Ativa

No caso da alocação das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, o problema de otimização a ser resolvido é semelhante ao da Equação (5.3), porém

minimizando-se a função objetivo

$$P_L = \sum_{i,j=1}^{nl} P_{ij} + P_{ji} \quad (5.9)$$

onde, P_L é a perda de potência ativa nas linhas de transmissão, expressa como a soma dos fluxos de potência P_{ij} e P_{ji} em cada circuito $i - j$ e nl é o número de linhas de transmissão.

Os custos marginais associados à minimização das perdas na transmissão são os correspondentes fatores unitários de Aumann-Shapley e as parcelas da perda de potência ativa nas linhas de transmissão correspondentes às injeções de potência ativa e reativa na barra i são calculados de forma análoga a dos casos anteriores.

Quando a função objetivo não for a de minimização de perdas, uma alternativa para se obter a componente do custo marginal relacionado as estas é obter a diferença entre os custos marginais entre duas soluções de otimização: uma considerando e outra desprezando a resistência das linhas de transmissão. Conforme pode ser observado pela Equação (5.5), esta estratégia é válida quando as demais componentes do custo marginal sofrem pequenas variações. Nos trabalhos [59] e [60] apresenta-se esta alternativa, sendo os custos marginais unitários obtidos via aplicação da Teoria do Jogos Cooperativos. Na referência [60] a componente referente à variação das perdas correspondente à demanda de potência reativa também é desprezada. Tal simplificação pode provocar erros significativos principalmente em condições de elevado carregamento na rede, quando a demanda de reativos tem grande influência no perfil de tensão e consequentemente nas perdas de potência ativa da rede. Na referência [61] mostra-se que os fatores de alocação de perdas relacionados à demanda de reativos podem ser da mesma ordem de grandeza dos fatores de perdas relacionados à demanda de potência ativa, e no trabalho [62] a influência de um despacho otimizado de reativos ao longo da operação do sistema no sentido de reduzir as perdas de potência ativa do sistema é abordado, o que enfatiza a importância do uso de fatores de perdas considerando o modelo completo da rede.

5.1.4 Alocação do Custo do Congestionamento

As restrições operacionais ativas na solução do problema de otimização da Equação (5.3) indicam se o despacho de potência foi determinado sob condições de congestionamento. Se as equações do balanço de potência em cada barra são usadas para representar as restrições de igualdade, os custos marginais na solução ótima incluem simultaneamente os efeitos das variações incrementais da demanda, das perdas de potência na transmissão e dos limites operacionais atingidos. Uma estratégia para a alocação do sobrecurso resultante do congestionamento é apresentado na seqüência.

5.1.4.1 Congestionamento por Limite de Fluxo nas Linhas de Transmissão

Os componentes do custo marginal t_{P_i} e t_{Q_i} da barra i , associados ao congestionamento por limites de fluxo de potência aparente nas linhas de transmissão, são dados por,

$$\begin{aligned} t_{P_i} &= \rho_{P_i}^c - \rho_{P_i}^s \\ t_{Q_i} &= \rho_{Q_i}^c - \rho_{Q_i}^s \end{aligned} \tag{5.10}$$

onde, o lado direito da equação representa a diferença entre os custos marginais das injeções de potência ($\rho_{P_i}^c$ e $\rho_{P_i}^s$ ou $\rho_{Q_i}^c$ e $\rho_{Q_i}^s$), obtidos nas soluções do fluxo de potência ótimo considerando (sobrescrito c) e não considerando (sobrescrito s) as restrições de fluxo de potência.

Os custos incrementais $\rho_{P_i}^c$ e $\rho_{Q_i}^c$ são os mesmos expressos pela Equação (5.5). Os custos marginais $\rho_{P_i}^s$ e $\rho_{Q_i}^s$ são obtidos desconsiderando-se as restrições de fluxo de

potência nesta equação, o que resulta em,

$$\begin{aligned}
 \rho_{P_i}^s &= \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, V, a, \lambda, \mu)}{\partial P_i} \\
 &= \lambda_p \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) + \lambda_q \left(\frac{\partial Q_{gi}}{\partial P_i} - \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \right) + \sum_{k=1}^m (\mu_{Q_{gk}}^m - \mu_{Q_{gk}}^M) \frac{\partial Q_{gk}}{\partial P_i} \\
 &\quad + \sum_{j=1}^{n_v} (\mu_{V_{dj}}^m - \mu_{V_{dj}}^M) \frac{\partial V_j}{\partial P_i} + \mu_{P_{gi}}^m - \mu_{P_{gi}}^M \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{Q_i}^s &= \frac{\partial \mathcal{L}(P_g, V, a, \lambda, \mu)}{\partial Q_i} \\
 &= -\lambda_p \frac{\partial P_L}{\partial Q_i} + \lambda_q \left(1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} \right) + \sum_{k=1}^m (\mu_{Q_{gk}}^m - \mu_{Q_{gk}}^M) \frac{\partial Q_{gk}}{\partial Q_i} \\
 &\quad + \sum_{j=1}^{n_v} (\mu_{V_{dj}}^m - \mu_{V_{dj}}^M) \frac{\partial V_j}{\partial Q_i} \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

Conforme pode ser observado, a diferença entre as Equações (5.5) e (5.11) isola a componente relacionada aos fluxos no limite se as demais componentes não forem significativamente alteradas com a inclusão da restrição. Os fatores unitários de Aumann-Shapley são dados por:

$$\begin{aligned}
 \pi_{P_i} &= \int_0^t \frac{(\rho_{P_i}^c - \rho_{P_i}^s)}{\partial P_i} dt, \quad i = 1, \dots, n \\
 \pi_{Q_i} &= \int_0^t \frac{(\rho_{Q_i}^c - \rho_{Q_i}^s)}{\partial Q_i} dt, \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Essas integrais fornecem os fatores de distribuição para a alocação do custo de congestionamento por limite de fluxo de potência. As parcelas do custo correspondentes a esses fatores são obtidos da mesma forma que nos casos anteriores, multiplicando-se os valores unitários de Aumann-Shapley pelas respectivas injeções de potência da cada barra. Estes custos unitários permitem que se aloque o custo do congestionamento com relativa exatidão. Cabe salientar no entanto, que mesmo para um número elevado de discretizações haverá uma diferença entre os valores real e recuperado através dos fatores unitários, em razão da variação das perdas na presença e na ausência de congestionamento.

No caso particular das linhas de transmissão com resistência desprezível, o componente t_i , do custo marginal da i -ésima barra, associado ao congestionamento por limite de fluxo de potência é dado por [8]:

$$t_i = \lambda_i - PMS \quad (5.13)$$

onde, λ_i e PMS são os multiplicadores de Lagrange associados à injeção de potência ativa da barra i , obtidos das soluções do fluxo de potência ótimo usando o modelo linear da rede, incluindo e excluindo, respectivamente, as restrições de fluxo potência ativa.

O fator de participação de cada barra no custo de congestionamento é obtido resolvendo-se a integral,

$$\pi_i = \int_0^t (\lambda_i - PMS(t)) dt \quad (5.14)$$

A parcela de custo de congestionamento devido a cada barra é obtida multiplicando-se os fatores de participação pelas respectivas injeções de potência ativa. Na referência [9] uma estratégia desta natureza é adotada para a alocação do sobrecusto operativo, contudo λ é obtido usando o modelo AC completo da rede.

5.1.4.2 Congestionamento Associado à Potência Reativa

O congestionamento por limitação de provimento de potência reativa pode ser associado à capacidade das máquinas e/ou ao excesso de fluxo de reativos nas linhas. Em ambos os casos, a capacidade de transmissão de potência ativa nos circuitos é prejudicada.

O procedimento para se atribuir os encargos financeiros relativos a este tipo de congestionamento é semelhante àquele adotado no caso anterior do congestionamento por limite de fluxo de potência. Os componentes do custo marginal da barra i e os correspondentes fatores unitários de Aumann-Shapley são calculados usando-se as expressões 5.5, 5.10, 5.11 e 5.12. A parcela do custo de congestionamento relativa a cada barra é obtida de maneira semelhante à dos casos anteriores; isto é, multiplicando-se os fatores unitários pelas respectivas injeções de potência.

5.1.5 Análise dos Multiplicadores Duais

O multiplicador dual, relacionado à cada restrição de desigualdade, é igual a zero se a restrição não está ativa na solução ótima. Se algum limite é atingido, esta variável fornece informações quanto à sensibilidade da função objetivo com respeito a este limite. Este multiplicador pode ser então usado para estimar o quanto a restrição no limite restringe a redução do valor da função objetivo. Na seqüência, apresenta-se a interpretação destes multiplicadores no caso da minimização do custo de geração de potência ativa.

5.1.5.1 Limites de Geração de Potência Ativa

Durante a obtenção da seqüência de soluções do FPO correspondentes a cada intervalo da carga discretizada, os limites mínimo e máximo das variáveis podem ser atingidos de forma mutuamente exclusiva. A primeira solução ótima obtida corresponde à demanda nula, e portanto a geração de potência de uma ou mais unidades pode atingir o limite mínimo. Ao longo do processo, a demanda é incrementada e eventualmente os limites máximos de geração de potência podem ser atingidos. A integração dos multiplicadores duais correspondentes a esses limites, de maneira semelhante a dos custos marginais das injeções de potência, fornece os fatores unitários de Aumann-Shapley relativos às restrições de desigualdade ativas no intervalo de integração. Essas variáveis, denotadas por $(\pi_{p_i}^M$ e $\pi_{p_i}^m$) têm sinais opostos. Para a sua inclusão no processo de reconciliação os seguintes pontos devem ser considerados:

- os fatores de Aumann-Shapley das barras de geração associados a injeção de potência ativa são expressos como

$$\pi_i^g = \pi_{p_i} - \pi_{p_i}^M + \pi_{p_i}^m \quad (5.15)$$

onde π_{p_i} é o fator unitário de Aumann-Shapley correspondente ao balanço de potência ativa da barra i ;

- a quantia a ser recebida pelo i -ésimo gerador é calculada pela expressão:

$$\mathcal{S}_i^g = \pi_{p_i} P_{gi} - \pi_{p_i}^M P_{gi} + \pi_{p_i}^m P_{gi}$$

Cargas conectadas às barras de geração pagam com base no valor de π_{pi} , pois este representa o impacto da injeção de potência ativa no sistema e não o custo de geração declarado pelas unidades produtoras. O limite na geração de potência ativa não está associado ao custo de congestionamento e sim a uma perda de oportunidade dos geradores de custo elevado gerarem menor quantidade (limite mínimo) e os de baixo custo gerarem maior quantidade (limite máximo) de potência.

5.1.5.2 Limites de Magnitude da Tensão

O custo de geração de potência ativa é analiticamente expresso em função da potência ativa gerada, não dependendo explicitamente da magnitude da tensão nas barras. Conseqüentemente os multiplicadores correspondentes a essas variáveis não são incluídos no processo de reconciliação. Estes multiplicadores são úteis para se calcular o quanto varia o custo de geração se o limite de tensão for modificado e a sua integração fornece uma medida do quanto a função objetivo está sendo penalizada por cada restrição ativa. A diferença entre os multiplicadores integrados para os diferentes limites de tensão fornece a variação do valor da função objetivo.

5.1.5.3 Limites de Geração de Potência Reativa

Na formulação do problema de FPO, os limites de geração de potência reativa são tratados como restrições funcionais. Além disso, a função custo de geração de potência ativa não é em geral expressa analiticamente em termos da potência reativa gerada. Conseqüentemente os multiplicadores duais correspondentes aos limites dessas variáveis não são incluídos no processo de reconciliação. O valor do custo é recuperado em termos da geração de potência ativa ou das injeções de potência ativa e reativa das barras de carga. Estes multiplicadores são úteis para se calcular o quanto varia o custo de geração se o limite de geração de potência reativa for modificado. A variação da função objetivo também pode ser expressa em termos destes multiplicadores duais integrados como

$$\Delta_{FO} = (\pi_{Qgi}^2 - \pi_{Qgi}^1) \Delta Q_{gi} \quad (5.16)$$

onde $(\pi_{Q_{gi}}^2 - \pi_{Q_{gi}}^1)$ representa a diferença entre os multiplicadores integrados correspondentes aos dois limites diferentes (ambos máximos ou ambos mínimos) de geração de potência reativa na barra i e ΔQ_{gi} representa a diferença entre os valores dos limites considerados.

5.1.5.4 Limites de Fluxo de Potência

Os multiplicadores duais relacionados aos limites de fluxos de potência das linhas de transmissão indicam o quanto é possível variar o valor da função objetivo com relação às modificações na capacidade de transmissão das linhas operando com o fluxo de potência no limite. Estes multiplicadores podem ser utilizados para se calcular a parcela do custo atribuído às barras devido ao limite de fluxo de potência atingido. Para isto, as relações de sensibilidade entre os fluxos nas linhas de transmissão e as injeções de potência nas barras são combinadas com a integração dos multiplicadores duais. Isto permite distribuir o custo do congestionamento entre todas as barras da rede. O procedimento proposto é o seguinte:

- integrar o multiplicador dual correspondente ao limite de fluxo de potência atingido (linha l) (π_l^{lim});
- calcular as sensibilidades entre as injeções e o fluxo de potência no limite, denotadas $\sigma_{lp_i} = \frac{\partial s_l}{\partial P_i}$ e $\sigma_{lq_i} = \frac{\partial s_l}{\partial Q_i}$;
- calcular os produtos $\pi_l^{\text{lim}} \sigma_{lp_i} = \gamma_{pi}$ e $\pi_l^{\text{lim}} \sigma_{lq_i} = \beta_{qi}$, o qual converte a sensibilidade do custo de geração em relação o fluxo de potência em sensibilidade do custo de geração em relação à injeção de potência ativa da barra.
- a parcela do custo atribuído à barra devido ao limite de fluxo de potência atingido é dada por $\$ _i^{fl} = \gamma_{pi} P_i + \beta_{qi} Q_i$.

5.1.6 Algoritmo

Os multiplicadores de Lagrange e duais fornecem informações sobre a variação instantânea do valor da função objetivo com relação às restrições. Portanto, em todos

os casos abordados a integração desses custos marginais em um intervalo de carga é necessária. O procedimento geral para a alocação dos encargos, descrita nas seções anteriores, pode ser sumarizado nos seguintes passos:

- Dividir a demanda de cada barra em n intervalos. Para a i -ésima barra, cada intervalo corresponde a $\frac{P_{di}}{n}$ e $\frac{Q_{di}}{n}$;
- A partir da demanda nula, incrementar cada intervalo de carga cumulativamente. A carga de cada barra será aumentada de $\frac{P_{di}}{n}$ e $\frac{Q_{di}}{n}$ a cada adição;
- Determinar a solução do Fluxo de Potência Ótimo para cada incremento de carga. Isto fornece o ponto de operação ótimo correspondente ao índice de desempenho selecionado e os custos marginais de potência associados às restrições de igualdade e desigualdade;
- Calcular os fatores unitários de Aumann-Shapley pela média aritmética dos custos marginais de cada barra (restrições de igualdade e desigualdade);

As parcelas do encargo relativas à barra i são calculadas com auxílio das Equações (5.7). Estes valores servem como base para recuperar o custo do serviço, sendo esta recuperação mais exata quanto maior for o número de discretizações do intervalo de carga.

5.2 Exemplos

O sistema de 5 barras apresentado anteriormente é usado para ilustrar a aplicação das estratégias de alocação de custo descritas neste capítulo.

Visando observar a influência da rede de transmissão na atribuição dos custos, o problema da alocação do custo de geração de potência ativa é resolvido inicialmente para o modelo barra única e posteriormente para o modelo nodal.

5.2.1 Alocação do Custo de Potência ativa

5.2.1.1 Modelo Nodal: Linhas sem Perdas - Carga Reativa Nula

Desprezando-se as resistências das linhas de transmissão, supondo as cargas com fator de potência unitário e os fluxos de potência irrestritos o modelo nodal torna-se equivalente ao modelo barra única. Os resultados da distribuição de potência gerada e alocação do custo de geração obtidos sob esta condição são os apresentados na Tabela 5.1.

<i>Barra</i>	P_{liq} (MW)	π_{pliq} (\$/MW)	π_p^m (\$/MW)	π_p^M (\$/MW)	π_p (\$/MW)	$\pi_p P_{liq}$ (\$)	<i>Total</i> (\$)
1	110	108,50	6,50	—	115,00	12650	\$32550
2	90	108,50	3,30	1,80	110,00	9900	
3	100	108,50	—	8,50	100,00	10000	
4	−180	108,50	—	—	108,50	−19530	−\$32550
5	−120	108,50	—	—	108,50	−13020	

Tabela 5.1: Alocação de custos via Aumann-Shapley - caso sem perdas

A coluna 2 desta tabela mostra as injeções líquidas de potência ativa de cada barra, observando-se que as Barras 2 e 3 operam com a potência ativa gerada no limite máximo. Na coluna 3, o valor de π_{pliq} representa a componente do custo marginal integrado relacionado à variação da injeção de potência ativa de cada barra. Os valores não nulos dos multiplicadores duais integrados, mostrados nas colunas 4 e 5, indicam que os limites de geração de potência ativa foram atingidos ao longo do processo de integração. Nota-se ainda, que os fatores unitários dos geradores (coluna 6), calculados de acordo com a Equação (5.15), correspondem exatamente aos coeficientes da curva de custo de geração. Na coluna 7, os produtos $\pi_p P_{liq}$ representam a receita (geradores) e o pagamento (cargas) a serem alocados às barras do sistema. Portanto, as Barras 1, 2 e 3 receberão \$12650, \$9900 e \$10000 e as Barras 4 e 5 deverão pagar \$19530 e \$13020, respectivamente. Observa-se que o custo exato do serviço (\$32550) é recuperado.

5.2.1.2 Comparação *pro-rata* x Aumann-Shapley

Na Tabela 5.2, apresenta-se a alocação do custo de geração de potência ativa baseada no critério de proporcionalidade à demanda de cada barramento.

<i>Barra</i>	$P(MW)$	Fator de participação	$custo(\$)$
4	180	60%	19530
5	120	40%	13020
<i>Total</i>	300	100%	32550

Tabela 5.2: Alocação do custo de geração proporcional à demanda

Comparando-se as Tabelas 5.1 e 5.2, observa-se que na ausência de perdas, congestionamento e demanda de potência reativa, a alocação segundo o critério *pro-rata* é equivalente àquela obtida segundo a Teoria dos Jogos. Ressalte-se entretanto, que esta é uma condição muito particular, que não reflete o real impacto da demanda sobre o custo de geração do sistema.

5.2.1.3 Modelo Nodal: Linhas com Perdas - Carga Reativa Nula

A Tabela 5.3 apresenta os resultados do FPO e da alocação do custo de geração para o modelo nodal, considerando-se as resistências das linhas e supondo demanda reativa nula. Observa-se na coluna 2 desta tabela, que a consideração das perdas

<i>Barra</i>	P_{liq} (MW)	$\pi_{pli q}$ (\$/MW)	π_p^m (\$/MW)	π_p^M (\$/MW)	π_p (\$/MW)	$\pi_p P_{li q}$ (\$)	<i>Total</i> (\$)
1	119,37	108,77	6,23	—	115,00	13727	33627
2	90	109,49	2,52	-	110,00	9900	
3	100	109,63	—	9,63	100,00	10000	
4	-180	111,33	—	—	111,33	-20039	-33642
5	-120	113,36	—	—	113,36	-13603	
$\Delta = 0,05\%$							

Tabela 5.3: Alocação de custos via Aumann-Shapley - caso com perdas

resulta num aumento de geração da potência ativa da Barra 1 de 9,37MW, com relação

ao caso sem perdas. Os geradores das Barras 2 e 3 permanecem operando no limite máximo de geração. Os fatores unitários referentes às injeções de potência ativa tornam-se distintos em razão do impacto das perdas, conforme pode ser visto na coluna 3. Os multiplicadores duais integrados mostrados nas colunas 4 e 5, indicam que uma vez mais os limites de geração foram atingidos durante o processo de integração. A coluna 6 mostra que apesar da evolução dos multiplicadores de Lagrange e duais ser diferente daquela referente ao caso sem perdas, a composição do custo marginal segundo a Equação (5.15) fornece os valores exatos dos coeficientes das curvas de custo de geração. O balanço entre a receita dos geradores (\$33627) e o pagamento das cargas (\$33643) e a comparação destas grandezas com o valor real do suprimento (\$33643) apresentam considerável nível de precisão (diferença de 0,05%), conforme mostram as colunas 7 e 8. Uma vez mais, observa-se que não há sobre remuneração ou excedente financeiro no processo de reconciliação. Nota-se também que o critério *pro-rata* é inadequado para a atribuição do custo quando se considera a perda de potência na transmissão. No presente caso, o percentual da Barra 4 no custo total diminuiu para 59,5% e o da Barra 5 aumentou para 40,5%. Isto indica que a demanda da Barra 5 tem uma influência maior na perda total do sistema, o que não é levado em consideração quando se utiliza o critério *pro-rata*.

O custo da perda, de \$1077 (33627–32550), é pago pelas cargas. Pela diferença entre custos alocados nos casos com perda e sem perda, a Barra 4 paga \$503,9 (20039,9 – 19535,0) e a Barra 5 paga \$579,5 (13603,5 – 13024,0), totalizando \$1083,4 (erro de 0,6%). Por outro lado, o gerador 1 tem sua receita ampliada pelo aumento da geração necessária para o suprimento das perdas.

Uma forma de considerar o efeito das perdas na alocação *pro-rata* é determinar fatores de participação baseados nos multiplicadores de Lagrange ponderados (λ_p). Neste caso, o fator de participação da i -ésima barra (denotado FP_i) é dado por [12]

$$FP_i = \frac{\lambda_{pi} P_i}{\sum \lambda_p P} \quad (5.17)$$

A Tabela 5.4 apresenta os fatores de participação resultantes da alocação baseada na Equação (5.17), nos custos unitários de Aumann-Shapley e no critério *pro-rata*. Conforme pode ser observado, os fatores de participação baseados nos multiplicadores

Barra	Proporcional a λ	Aumann-Shapley	<i>pro-rata</i>
4	59,4%	59,5%	60,0%
5	40,6%	40,5%	40,0%

Tabela 5.4: comparação de fatores de participação

de Lagrange ponderados são semelhantes àqueles computados através dos custos unitários. Isto se explica pelo fato de que as perdas estão implícitas nestes multiplicadores, tal que a semelhança será tanto maior quanto mais linear for o comportamento dos multiplicadores de Lagrange com respeito a variações da demanda.

5.2.1.4 Separação do Custo das Perdas

O valor do custo do suprimento da carga, inclui o custo da perda de potência ativa nas linhas de transmissão. A parcela deste custo a ser atribuída a cada barra pode ser calculada combinando-se a estratégia de alocação baseada nos fatores unitários com a metodologia de separação das perdas via matriz impedância de barra proposta em [34]. Nesta técnica, a injeção líquida de potência da barra i é decomposta em dois fatores L_i e D_i , o primeiro representando a perda associada à injeção de potência da barra i e o segundo relacionado a injeção de potência efetiva associada a barra i . A Tabela 5.5 mostra esta decomposição para a mesma solução do FPO apresentada no caso anterior. As parcelas de custo das perdas atribuídas às barras são apresentadas

Barra	P_{liq} (MW)	L (MW)	D (MW)	Custo de L (\$)
1	119,37	2,71	116,66	311,65
2	90	0,79	89,21	86,9
3	100	-0,12	100,12	-12,0
4	-180	2,66	-182,66	296,14
5	-120	3,33	-123,33	377,49
<i>Total</i>	9,37	9,37	0,0	1060,18

Tabela 5.5: Separação das perdas via metodologia Z_{barra}

na coluna 5 desta tabela. Para a i -ésima barra esta parcela é obtida multiplicando-se o fator L_i pelo custo unitário correspondente à barra. O sinal negativo da parcela da

perda atribuída ao gerador 3 indica que a perda total seria reduzida se uma quantidade maior de potência pudesse ser produzida nesta barra, o que reduziria o custo de geração. Entretanto, isto não é possível pelo fato da mesma estar operando no limite máximo de potência ativa gerada. Nota-se também que o valor exato de 9,37 MW das perdas é recuperado e que o custo total das perdas calculado com base nos custos unitários de Aumann-Shapley (\$1062) apresenta um erro reduzido (1,56%) com relação ao valor real \$1077 citado anteriormente.

5.2.1.5 Modelo Nodal: com Perdas e Carga Reativa Diferente de Zero

Os resultados obtidos com o modelo completo da rede são mostrados na Tabela 5.6. Nota-se que, com a inclusão da demanda de potência reativa (coluna 2), o custo

<i>Barra</i>	P_{liq} (MW)	Q_{liq} (Mvar)	L (MW)	π_p (\$/MW)	π_q (\$/Mvar)	$\pi_p P_{liq}$ (\$)	$\pi_q Q_{liq}$ (\$)	Total (\$)
1	121,38	-36,12	2,69	115	0,00	13959	—	13959
2	90	86,94	1,15	110	0,00	9900	—	9900
3	100	106,47	0,45	100	0,00	10000	-	10000
4	-180	-90,0	2,93	111,45	0,887	-20061	-80	-20141
5	-120	-50,0	4,15	113,68	1,878	-13642	-94	-13735

Tabela 5.6: Alocação de custos via Aumann-Shapley considerando o modelo completo da rede

alocado passa a ter uma parcela associada ao balanço de potência reativa das barras de carga (coluna 8). A contribuição desta parcela no valor da função objetivo é significativamente menor em relação aos valores relacionados ao balanço de potência ativa. Isto ocorre porque os custos de injeção de potência reativa não estão explicitamente incorporados na função objetivo. Assim, o aumento do custo total de geração em relação ao caso anterior se deve ao aumento das perdas de potência ativa (de 9,37MW para 11,38MW), provocado pela demanda de potência reativa. O equilíbrio no balanço de pagamentos é mais uma vez observado (erro de 0,06%). Se a parcela relacionada à demanda de reativos fosse desprezada, o erro no processo de reconciliação aumentaria para 0,46%.

5.2.1.6 Carga em Barras de Geração

Conforme descrito anteriormente, cargas representadas em barras de geração pagam ao custo nodal unitário da barra e não ao custo de geração declarado pela unidade produtora a qual estiverem conectadas.

<i>Barra</i>	P_{liq} (MW)	Q_{liq} (Mvar)	π_{pliq} (\$/MW)	π_{qliq} (\$/Mvar)	(\$)	<i>Total</i> (\$)
1	165,68	-35,64	110	0	18224,8	33411,7
2	32,06	89,09	115	0	3686,90	
3	115,00	108,04	100	0	11500,00	
4	180,00	90,00	108,328	0,897	19579,77	33056,0
5	120,0	50,00	111,518	1,88	13476,20	

Tabela 5.7: Alocação dos custos - injeções líquidas

Na Tabela 5.7 é apresentado o mesmo exemplo do sistema de 5 barras no qual se conectam cargas nas barras de geração 2 e 3. Observa-se pelos resultados que, se as cargas pagarem ao custo declarado, o equilíbrio no balanço de pagamento não é verificado.

Na Tabela 5.8 mostra-se o resultado da alocação baseada na componente do custo marginal relativo à injeção de potência nas Barras 2 e 3. Neste caso, o equilíbrio do balanço de pagamentos é observado com um erro de 0,11%.

5.2.2 Alocação das Perdas de Potência Ativa via AS

Pelo método baseado em \mathbf{Z}_{barra} , obtém-se a participação nas perdas em todas as barras do sistema. Através dos custos unitários de Aumann-Shapley é possível alocar as perdas de potência ativa e reativa nas barras de carga. Especificando custos unitários para todos os geradores, obtém-se a solução de mínima injeção de potência ativa gerada no sistema, de forma que os multiplicadores de Lagrange representam o impacto na variação das perdas decorrentes de variações nas injeções das barras, podendo portanto ser utilizados para a alocação das perdas. No caso do sistema de 5 barras mostrado anteriormente, esta consideração conduz a mesma distribuição de geração de potência ativa, com o valor da função objetivo (somatório da geração de potência ativa) igual

<i>Gerador</i>	P_g (MW)	Q_g (Mvar)	π_{pg} (\$/MW)	π_{qg} (\$/Mvar)	(\\$)	<i>Total</i> (\$)
1	165,68	-35,64	110	0	18224,8	53811,7
2	92,06	119,09	115	0	10586,9	
3	250,00	193,04	100	0	25000,0	
<i>Carga</i>	P_d (MW)	Q_d (Mvar)	π_{pd} (\$/MW)	π_{qd} (\$/Mvar)	(\\$)	<i>Total</i> (\$)
1	0,00	0,00	105,771	0,0	0,0	53870,7
2	60,0	30,00	107,833	0,0	6469,98	
3	135,00	85,00	106,258	0,0	14344,83	
4	180,00	90,00	108,328	0,897	19579,7	
5	120,0	50,00	111,518	1,88	13476,2	

Tabela 5.8: Alocação dos custos - geração e carga

a 311,38MW. A Tabela 5.9 apresenta os resultados da alocação da perda total de 11,38MW entre as barras de carga através dos custos unitários.

<i>Barra</i>	P_d (MW)	Q_d (Mvar)	π_p (\$/MW)	π_q (\$/Mvar)	<i>Perda</i> (MW)
4	180	90	0,0262	0,0080	5,436(47%)
5	120	50	0,0442	0,0169	6,149(53%)
					11,585

Tabela 5.9: Alocação das perdas via Aumann-Shapley

Conforme pode ser observado, o valor das perdas é recuperado com uma diferença de 0,205MW. Os custos unitários da Barra 5 são praticamente duas vezes maiores do que os da Barra 4, o que ratifica o aumento da participação de 5 quando compararam-se os casos de alocação dos custos de potência ativa com e sem perdas.

5.2.3 Alocação do Custo de Congestionamento

Duas distribuições de potência ativa gerada são mostradas na Tabela 5.10. Em ambos os casos, as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão são desprezadas. Na primeira distribuição, referenciada como *despacho irrestrito*, os limites de fluxo de potência não são considerados. Na segunda, denominado *despacho restrito*, a capaci-

dade de transmissão do circuito 3 – 4 foi limitada em 120MW .

<i>Unidade Geradora</i>	<i>despacho irrestrito</i>		<i>despacho restrito</i>	
	$P_G(\text{MW})$	$Custo(\$)$	$P_G(\text{MW})$	$Custo(\$)$
1	110	12650	199	22879
2	90	9900	90	9900
3	100	10000	11	1105
<i>Total</i>	300	32550	300	33884

Tabela 5.10: Resultado dos despachos restrito e irrestrito

A limitação do fluxo de potência na linha 3 – 4 resulta num aumento do custo total em \$1334, pois o gerador de menor custo tem seu despacho reduzido de 100 para 11MW, o qual é compensado pela elevação no gerador mais caro (gerador 1). Este sobrecusto é distribuído entre as barras com base nos fatores unitários nodais. O custo unitário específico ao congestionamento pode ser obtido pelo cálculo da diferença dos custo unitários, com a restrição e sem a restrição de fluxo na linha 3 – 4, conforme apresentado na Tabela 5.11

<i>Barra</i>	$\pi_{irrestrito}$ (\$/MW)	$Custo$ (\$)	$\pi_{restrito}$ (\$/MW)	$Custo$ (\$)	$\pi_{Congest}$ (\$/MW)	$Custo$ (\$)
4	108,533	19536	114,322	20578	5,789	1042
5	108,533	13024	111,101	13332	2,658	308
<i>Total</i>	—	32560	—	33384	—	1350

Tabela 5.11: Alocação do custo de congestionamento devido o limite de fluxo da linha 3-4

Observa-se que em termos de distribuição do sobrecusto a maior parcela é atribuída à Barra 4 (77%), o que sob o ponto de vista qualitativo é razoável, dado que o congestionamento ocorreu na linha 3 – 4. A última coluna da Tabela 5.11 mostra que a soma dos custos alocados se aproxima do valor exato do sobrecusto (erro de 1,2%). Observa-se também que com o congestionamento os custos unitários deixam de ser iguais para todas as barras, mesmo sem considerar as perdas e demanda de potência reativa, isto se deve porque a variação de injeção em cada barramento tem um impacto diferente no fluxo da linha que está no limite. O multiplicador de maior magnitude é

o da Barra 4, o que significa que as variações na demanda desta barra são a que mais tem impacto na função objetivo, na ocorrência de congestionamento na linha 3 – 4.

Na Tabela 5.12 apresentam-se os fatores de participação resultantes da alocação via Aumann-Shapley, *pro rata* e proporcional à diferença dos multiplicadores de Lagrange (com e sem restrição):

Barra	Proporcional a λ	Aumann-Shapley	<i>pro rata</i>
4	77,2%	77,0%	60,0%
5	22,8%	23,0%	40,0%

Tabela 5.12: comparação de fatores de participação

Nota-se que na divisão *pro rata* a Barra 4 é favorecida por um subsídio cruzado, penalizando a Barra 5. Assim como mostrado no problema de alocação de potência ativa, a divisão proporcional aos multiplicadores de Lagrange se aproxima da metodologia de Aumann-Shapley.

5.2.4 Alocação do Custo de Congestionamento via Multiplicadores Duais Unitários

No exemplo anterior, o custo do congestionamento foi alocado apenas entre as barras de carga. Conforme mostrado na seção 5.1.5, o uso adequado de fatores unitários baseados nos multiplicadores duais e nas relações de sensibilidades permite obter a contribuição de todas as barras ao custo do congestionamento. A Tabela 5.13 mostra o resultado desta aplicação para o caso apresentado previamente.

As colunas 2 e 3 da Tabela 5.13 mostram as sensibilidades integradas do fluxo de potência na linha 3 – 4 em relação às injeções de potência nas barras. A coluna 4 apresenta as parcelas do fluxo de potência nesta linha atribuídas a cada barra, estimadas como a soma dos produtos das sensibilidades pelas injeções de potência ativa e reativa. Observa-se pelo valor do fluxo estimado (soma total dessas parcelas), igual a 118,64MVA, a efetividade do uso das sensibilidades na recuperação do valor do fluxo no limite. Neste exemplo, a maior participação no fluxo de potência considerado é relativa à demanda na Barra 4. As colunas 5 e 6 apresentam os produtos das sensi-

<i>Barra</i>	s_{pfi} $(\frac{MVA}{MW})$	s_{qfi} $(\frac{MVA}{MVar})$	$s_{pfi}.P_i + s_{qfi}.Q_i$ (MVA)	$\gamma_{pi} = \pi_{fli}^{\lim}.s_{pfi}$ $(\frac{\$}{MW})$	$\pi_{fli}^{\lim}.s_{qfi} = \beta_{qi}$ $(\frac{\$}{MVar})$	$\gamma_{pi}.P_i + \beta_{qi}.Q_i$ $(\$)$
1	0,0970	0,0629	-3,53	1,0582	0,6862	-38,50
2	0,0099	0,0475	19,73	0,1080	0,5182	215,23
3	0,4563	0,0517	9,15	4,9778	0,5640	99,82
4	-0,4304	0,0501	77,47	-4,6952	0,5465	845,08
5	-0,1328	0,0458	15,94	-1,4487	0,4996	173,89
<i>Total</i>	-	-	118,64	-	-	1295,52

Tabela 5.13: Alocação de custos de congestionamento via multiplicadores duais

bilidades pelo valor de Aumann-Shapley do multiplicador dual associado ao fluxo no limite ($\pi_{fli}^{\lim} = 10,909\$/pu$). A soma desses fatores multiplicados pelas correspondentes injeções de potência é apresentada na última coluna. Conforme pode ser observado, o custo do congestionamento é alocado para todas as barras, de forma que a participação das barras de carga diminui em relação ao processo de alocação via custos unitários dos multiplicadores nodais. Nota-se que a maior parcela do custo do congestionamento está associada à demanda da Barra 4. Observe-se que o valor total do custo do congestionamento alocado às barras (\$1295,52) é recuperado com nível de precisão satisfatório em relação ao custo real do congestionamento (\$1334).

5.2.5 Alocação do Custo de Potência Reativa

De maneira análoga ao problema de alocação de custos de potência ativa, os custos unitários de Aumann-Shapley podem ser aplicados para a alocação do custos de potência reativa para cada barra do sistema. Neste caso, os multiplicadores de Lagrange são obtidos no processo de minimização do custo de geração de potência reativa expresso como:

$$\min \sum_{i=1}^{N_g} c_i (Q_{gi})^2$$

onde, c_i é o coeficiente da curva de custo quadrática e Q_{gi} é a potência reativa gerada na barra i , de um conjunto de ng geradores.

A Tabela 5.14 mostra os custos individuais de potência reativa para cada gerador

e os respectivos limites mínimos e máximos de geração de potência reativa, para o sistema de 5 barras. As cargas foram modificadas conforme apresentado na Tabela 5.15.

<i>Barra</i>	$Q_g^m(Mvar)$	$Q_g^M(Mvar)$	$Custo(\$/Mvar)$
1	-100,0	100,0	20
2	-100,0	100,0	30
3	-100,0	100,0	40

Tabela 5.14: Dados das barras de geração

<i>Barra</i>	$P_d(MW)$	$Q_d(Mvar)$
4	70	20
5	90	30

Tabela 5.15: Dados barras de carga

A minimização do custo de geração de potência reativa sob restrições na magnitude das tensões, nos fluxos de potência e na capacidade de geração é apresentada na Tabela 5.16.

<i>Barra</i>	$P_g(MW)$	$Q_g(Mvar)$	$Custo(\$)$
1	0,00	20,13	8104
2	80,71	13,96	5846
3	82,65	10,61	4503
<i>Total</i>	163,36	44,70	18453

Tabela 5.16: solução de mínimo custo de geração

Aplicando-se diretamente os multiplicadores de Lagrange, o valor total do pagamento realizado pelas cargas é de \$47222, o que resulta num excedente de remuneração de 155,9% em relação ao custo real de geração de potência reativa, de \$18453, conforme apresentado na Tabela 5.17.

Os resultados da aplicação da fórmula de Aumann-Shapley num intervalo de 100 discretizações da carga são apresentados na Tabela 5.18. O valor do custo de geração de potência reativa recuperado através dos custos unitários é de \$18487, resultando um

<i>Barra</i>	P_d (MW)	Q_d (Mvar)	λ_p (\$/MW)	λ_q (\$/Mvar)	(\$)	%
4	70,0	20,0	40,26	861,12	20040	42,4
5	90,0	30,0	144,80	898,25	27182	57,6
<i>Total</i>	160,0	50,0	—	—	47222	100,0

Tabela 5.17: Alocação de custos de pot. reativa via aplicação direta multiplicadores de Lagrange

<i>Barra</i>	π_p (\$/MW)	π_q (\$/Mvar)	(\$)	%
4	14,855	413,086	6418	34,7
5	52,432	425,729	12069	65,3
<i>Total</i>	-	-	18487	100,0

Tabela 5.18: Alocação via Aumann-Shapley

excedente de remuneração de 0,22%. Observe-se que este excedente de remuneração é muito mais significativo quando o cálculo das parcelas de cada participante é realizado através da aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange.

5.2.5.1 Análise da Evolução dos Multiplicadores de Lagrange

Visando ilustrar a influência do comportamento dos custos marginais no processo de integração, a figura 5.1 apresenta a evolução dos multiplicadores de Lagrange correspondentes às injeções de potência reativa de cada barra do sistema, ao longo do intervalo de discretização da carga.

Observa-se que a trajetória dos custos marginais reflete o comportamento dos geradores diante da demanda de reativos. No início do processo de integração, as máquinas absorvem reativos e a partir de um determinado nível de demanda (correspondente ao 29º sub-intervalo no gráfico da figura 5.1) passam a gerar reativos. Em razão disto, apenas os valores dos multiplicadores de Lagrange computados à partir do 29º sub-intervalo da discretização são utilizados na fórmula de Aumann-Shapley, os custos unitários e a alocação nas barras de cargas tendo sido calculados para o intervalo de discretização de 30 (demandas de 21,70MW, 6,2MVA na Barra 4 e de

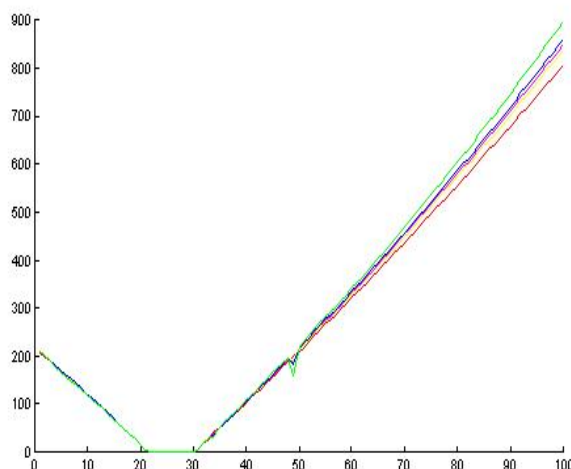


Figura 5.1: Evolução dos multiplicadores de Lagrange - potência reativa

27,90MW, 9,3MVA na Barra 5) a 100 (demanda total em todas as barras). A observação deste aspecto é essencial para a recuperação do valor do serviço num nível satisfatório de precisão.

A alocação baseada na aplicação dos multiplicadores de Lagrange, ajustados de acordo com a Equação (5.17), não é efetiva neste problema. Conforme pode ser notado, os fatores de participação diferem significativamente daqueles baseados na alocação via Aumann-Shapley (última coluna das Tabelas 5.17 e 5.18). O mesmo ocorre na alocação via fatores de participação proporcionais à demanda de potência reativa (40 % - Barra 4 e 60 % - Barra 5).

5.2.5.2 Multiplicadores Duais de Tensão

Conforme mencionado anteriormente, estes multiplicadores são úteis para se calcular o quanto varia o custo de geração se o limite de tensão alcançado na solução ótima for modificado. Para ilustrar esta aplicação, o limite máximo da magnitude da tensão na Barra 1 do sistema-exemplo de 5 barras foi modificado. Três valores (1,00 p.u., 1,05 p.u. e 1,10 p.u.) foram considerados, os quais resultaram em diferentes soluções ótimas (e portanto diferentes custos unitários de Aumann-Shapley), tendo sido esses limites máximos atingindo em todos os casos. A partir do valor do multiplicador dual

associado estimou-se o novo custo para cada relaxamento na restrição. Os resultados estão sintetizados na Tabela 5.19.

$V_1(p.u.)$	$FO(\$)$	$\mu_{V_1}(\$/p.u.)$	$\Delta V(p.u.)$	$FO(\$)$ Est.	$FO(\$)$ Real	$Erro(\%)$
1,00	34017	4015	0,05	33817	33830	0,04
1,05	33830	3511	0,05	33655	33664	0,03

Tabela 5.19: Estimativa variação da FO via multiplicador dual de tensão

Na coluna 2 da primeira linha da Tabela 5.19, apresenta-se o valor da função objetivo para $V_1^M = 1,00$ p.u. e na coluna 3 o respectivo multiplicador dual associado. As colunas 5 e 6 mostram respectivamente os valores estimado e real (obtido pela solução de um novo FPO) com o limite de tensão da Barra 1 incrementado pelo valor de 0,05 p.u. apresentado na coluna 4. Nota-se que é possível estimar com razoável precisão o impacto do limite da magnitude da tensão no custo de geração. Na linha 2 desta tabela, o mesmo procedimento é adotado porém com $V_1^M = 1,05$ p.u. No caso específico deste exemplo, observa-se que na medida em que se relaxa o limite superior da tensão da Barra de geração 1, é possível reduzir o custo total de geração, pois as perdas de potência ativa diminuem.

5.2.5.3 Integração dos Multiplicadores Duais de Tensão

A coluna 3 da tabela 5.20 apresenta os multiplicadores integrados para cada limite de tensão utilizado no caso anterior. Estes valores indicam o quanto seria possível reduzir o valor do custo apresentado na coluna 2, se a restrição de magnitude de tensão não existisse. Portanto, os valores mostrados na coluna 4 correspondem ao custo de geração desconsiderando a restrição de tensão na Barra 1. Nota-se que limites menos rígidos resultam em custos de geração menores, o que pode ser atribuído à influência da magnitude de tensão sobre as perdas de potência na transmissão.

A figura 5.2 apresenta o comportamento dos multiplicadores duais de tensão da Barra 1 para os três casos considerados. Observa-se que a evolução dos mesmos não é linear, o que resulta num certo nível de imprecisão na estimativa da variação da função objetivo quando se utiliza esses multiplicadores integrados. Deve ser notado, que a precisão desta estimativa não é devida somente à modificação do limite associado

V_1^M	$FO(\$)$	Π_{V1}	$FO(\$) - \Pi_{V1}$
1,00	34017	1252	32765
1,05	33830	1098	32732
1,10	33664	960	32704

Tabela 5.20: Multiplicadores duais de tensão integrados

à restrição operativa. A rigor, uma componente relacionada à variação das perdas devida ao novo limite utilizado deveria ser incluída.

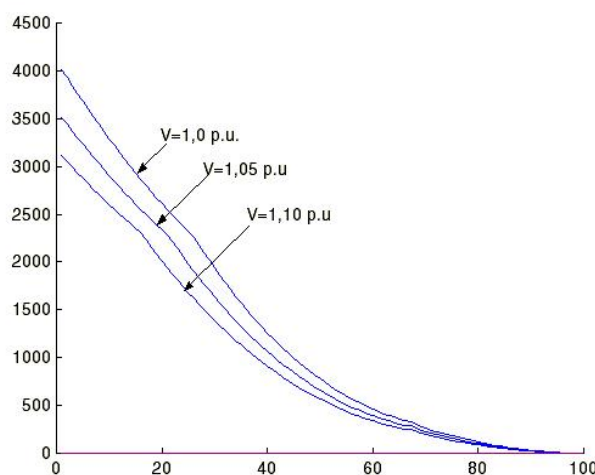


Figura 5.2: Evolução dos multiplicadores duais da tensão do gerador 1

5.2.5.4 Multiplicadores Duais de Potência Reativa Gerada

A tabela 5.21 apresenta um exemplo no qual o limite de potência reativa é atingido e ilustra como o correspondente multiplicador dual pode ser utilizado para se estimar o efeito desse tipo de limite sobre o custo. Inicialmente, a geração de potência reativa na Barra 3 é restringida a 30 Mvar. À partir do multiplicador dual associado à esta restrição na solução ótima, estimou-se a variação a que estaria sujeita a função objetivo caso o limite na geração de potência reativa fosse aumentado para 50 Mvar. A comparação entre os valores estimado e real mostra que o primeiro possui nível de precisão satisfatório com relação ao valor calculado pela execução do FPO com o limite alterado.

Q_3 ($Mvar$)	FO ($R\$$)	μ_{Q_3} ($R\$/Mvar$)	ΔQ ($Mvar$)	FO Est. ($R\$$)	FO Real ($R\$$)	$Erro$ (%)
30	33797	3,509	20	33727	33736	0,03

Tabela 5.21: Estimativa variação da FO via multiplicador dual de pot. reativa

5.2.5.5 Integração dos Multiplicadores Duais de Geração de Potência Reativa

A tabela 5.22 apresenta os resultados da integração dos multiplicadores duais de potência reativa considerando quatro diferentes limites máximos de geração para a Barra 2. Para $Q_{g2}^M = 100$ ($Mvar$), o multiplicador dual integrado $\Pi_{Q_{g2}}$ é igual a zero,

Q_{g2}^M ($Mvar$)	Q_{g2} ($Mvar$)	FO (\$)	$\Pi_{Q_{g2}}$	$\Delta \Pi_{Q_{g2}} \Delta Q_{g2}$	ΔFO (\$)
100	87	33858	0	—	—
50	50	33874	0,45	17	16
30	30	33897	0,71	40	39
15	15	33920	0,83	60	62

Tabela 5.22: Variação da FO via multiplicador dual integrado de potência reativa

pois este limite não é atingido. Este valor representa o custo de geração de potência ativa que seria obtido se a restrição de potência reativa gerada não fosse considerada. A coluna 5 mostra o produto entre os incrementos nos multiplicadores duais integrados e o desvio de geração de potência reativa entre os casos com e sem a restrição de potência reativa no limite. A última coluna desta tabela apresenta o valor real do incremento na função de custo, calculado a partir do resultado do FPO. A comparação entre os valores mostrados nas duas últimas colunas indica diferenças mínimas entre os valores estimado e real da variação da função objetivo. O cálculo dos custos unitários foi efetuado no intervalo de integração onde a Barra 2 passa a gerar reativos. A figura 5.3 apresenta a evolução dos multiplicadores duais ao longo do processo de integração para os três casos onde o limite de reativo é atingido. Conforme pode ser observado, quanto menor o valor do limite máximo considerado maior o intervalo em que a restrição se mantém ativa.

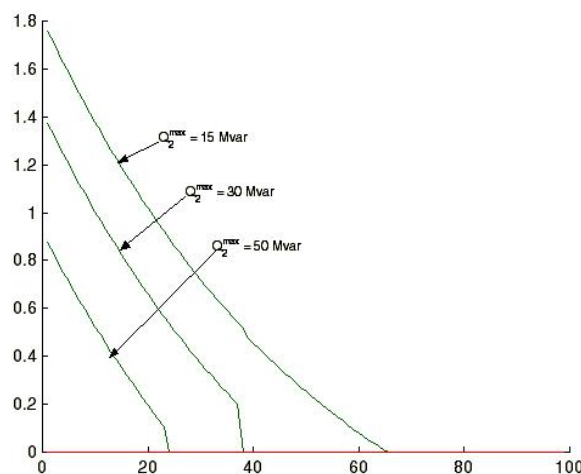


Figura 5.3: Evolução dos multiplicadores duais de potência reativa do gerador 2

5.3 Conclusões

A alocação de custos de potência ativa, reativa, perdas e congestionamento pode ser realizada através da combinação da metodologia de Aumann-Shapley com os resultados do FPO. O modelo nodal permite que o efeito da rede seja levado em consideração e que o custo exato do serviço seja recuperado. Os resultados da aplicação para um sistema de 5 barras mostram que estes objetivos são atingidos de tal forma que os excedentes de receita dos geradores e do pagamento das cargas são evitados.

No caso específico de alocação de perdas e congestionamento, é possível alocar o custo somente às barras de carga ou alternativamente a todas as barras do sistema. Para a atribuição das parcelas de perda a metodologia Z-barra foi adotada enquanto que no problema de congestionamento, os multiplicadores unitários podem ser combinados com as relações de sensibilidade. Observa-se que em ambos os casos o custo é recuperado com razoável nível de precisão, validando os fatores de participação obtidos para cada barra do sistema.

Mostrou-se também, que a metodologia *pro rata* pode ser considerada *justa* apenas quando as perdas na transmissão e os congestionamentos devido às restrições operativas não são levados em consideração.

Quando o modelo completo da rede é levado em conta, os fatores de participação obtidos pela alocação proporcional aos multiplicadores de Lagrange se aproximam daqueles obtidos via metodologia de Aumann-Shapley. Isto se verifica em todos os problemas abordados, exceto na alocação de custos de potência reativa.

No caso da alocação do custo da potência reativa, a recuperação do custo somente é realizada com sucesso se apenas o intervalo de discretização onde as usinas fornecem potência reativa for considerado.

No que se refere ao uso dos multiplicadores duais, mostrou-se que é possível estimar com razoável precisão o impacto dos limites na função objetivo. A informação em termos do impacto absoluto na função objetivo também pode ser obtida pela integração destes fatores.

O próximo capítulo apresenta os resultados numéricos obtidos com um sistema de médio porte.

Capítulo 6

Resultados Numéricos

Este capítulo mostra a aplicação da metodologia proposta num sistema equivalente baseado nos dados da rede elétrica da região Sul do Brasil, conforme apresentado na referência [9]. Neste sistema equivalente, estão representados os principais elementos associados à malha de 525kV e 230kV desta região. O objetivo da análise destes resultados é explorar as características relacionadas a problemas reais, tais como a volatilidade de preços no mercado *spot* e a influência de variações na demanda de potência reativa e das perdas no custo total de geração.

6.1 Considerações Preliminares

O sistema utilizado para a obtenção dos resultados numéricos mostrados neste capítulo é composto de 54 barras, sendo 16 barras com nível de tensão de 525kV e 38 barras com nível de tensão de 230kV. O sistema de transmissão contém três transformadores nos níveis de tensão de 525/230kV e 75 linhas de transmissão, das quais 23 em 525kV e 52 em 230kV. A carga total é de 6624 MW.

A Tabela 6.1 apresenta as barras de geração com os respectivos custos de geração declarados (especificados com base na ordem de grandeza de valores reais) e os limites máximos de geração de potência ativa. O limite mínimo da geração de potência ativa foi considerado igual a zero para todas as unidades. O anexo 1 apresenta os dados completos deste sistema.

<i>Barra</i>	Custo Declarado (R\$/MWh)	P_g^M (MW)
1	20,00	1450,00
2	18,00	1500,00
3	18,00	400,00
5	17,00	820,00
12	19,00	100,00
14	20,00	700,00
17	21,00	550,00
20	22,00	600,00
31	20,00	650,00
33	19,00	420,00
38	20,00	900,00
39	30,00	330,00
50	30,00	200,00

Tabela 6.1: Dados barras de geração

6.2 Custo de Geração de Potência Ativa

6.2.1 Caso sem Perdas

A Tabela 6.2 apresenta os resultados da alocação do custo de geração desconsiderando as perdas de potência ativa. As linhas correspondentes aos geradores são destacadas em negrito. Os resultados obtidos através das alocações de custo via Preço Marginal do Sistema e via Aumann-Shapley são comparados. Conforme pode ser observado na última linha desta tabela, nas duas metodologias o equilíbrio no balanço de pagamentos é atingido. Entretanto, o custo alocado nas barras de carga através da Teoria dos Jogos é menor, pois os geradores recebem ao custo de produção.

Além da ausência de perdas, nenhum limite operativo foi atingido e portanto, não há congestionamento. Sob estas condições, as parcelas de alocação do custo resultantes da aplicação da metodologia de Aumann-Shapley equivale a alocação do tipo *pro rata*.

A diferença de R\$6780 verificada entre a alocação via PMS e Aumann-Shapley, poderia ser mais expressiva. Na referência [9] foram considerados os limites de geração e custos apresentados na Tabela 6.3.

<i>Barra</i>	P (MW)	Alocação via PMS			Alocação via AS		
		PMS (R\$/MW)	$Cust_{P_d}$ (R\$ $\times 10^3$)	$Cust_{P_g}$ (R\$ $\times 10^3$)	π_P (R\$/MW)	$Cust_{P_d}$ (R\$ $\times 10^3$)	$Cust_{P_g}$ (R\$ $\times 10^3$)
1	1428	20	-	28,56	20,0	-	28,56
2	1500	20	-	30,00	18,0	-	27,00
3	400	20	-	8,00	18,0	-	7,20
4	-500	20	-10,00	-	19,0	-9,49	-
5	820	20	-	16,40	17,0	-	13,94
6	-639,9	20	-12,80	-	19,0	-12,14	-
7	-671,9	20	-13,44	-	19,0	-12,75	-
8	-30	20	-0,60	-	19,0	-0,57	-
9	-300	20	-6,00	-	19,0	-5,69	-
10	-844	20	-16,88	-	19,0	-16,02	-
11	-320	20	-6,40	-	19,0	-6,07	-
12	100	20	-	2,00	19,0	-	1,9
13	-4,4	20	-0,09	-	19,0	-0,08	-
14	699,3	20	-	13,99	20,0	-	13,99
15	-3,1	20	-0,06	-	19,0	-0,06	-
16	-689,9	20	-13,08	-	19,0	-13,09	-
17	0,0	20	0,00	-	20,0	0,00	-
18	0,0	20	0,00	-	19,0	0,00	-
19	0,0	20	0,00	-	19,0	0,00	-
20	0,0	20	0,00	-	22,0	0,00	-
21	-49,0	20	-0,98	-	19,0	-0,93	-
22	-40,0	20	-0,80	-	19,0	-0,76	-
23	-50	20	-1,00	-	19,0	-0,95	-
24	-31,5	20	-0,63	-	19,0	-0,60	-
25	-76,8	20	-1,54	-	19,0	-1,46	-
26	-29,4	20	-0,59	-	19,0	-0,56	-
27	-200,0	20	-4,00	-	19,0	-3,79	-
28	-599,9	20	-12,00	-	19,0	-11,38	-
29	-16,6	20	-0,33	-	19,0	-0,31	-
30	-90,0	20	-1,80	-	19,0	-17,06	-
31	648,5	20	-	12,97	20,0	-	12,97
32	-94,0	20	-1,88	-	19,0	-17,83	-
33	420,0	20	-	8,40	19,0	-	7,98
34	-13,5	20	-0,27	-	19,0	-0,26	-
35	-67,00	20	-1,34	-	19,0	-1,27	-
36	-20,7	20	-0,41	-	19,0	-0,39	-
37	-20,0	20	-0,40	-	19,0	-0,38	-
38	512,7	20	-	10,25	20,0	-	10,25
39	0,0	20	-	0,00	30,0	-	0,00
40	-110,0	20	-2,20	-	19,0	-2,09	-
41	-61,0	20	-1,22	-	19,0	-1,16	-
42	-17,0	20	-0,34	-	19,0	-0,32	-
43	-90,0	20	-1,80	-	19,0	-1,71	-
44	-387,0	20	-7,74	-	19,0	-7,34	-
45	-74,0	20	-1,48	-	19,0	-1,40	-
46	-130,0	20	-2,60	-	19,0	-2,47	-
47	-77,0	20	-1,54	-	19,0	-1,46	-
48	-56,7	20	-1,13	-	19,0	-1,08	-
49	-20,0	20	-0,40	-	19,0	-0,38	-
50	0,00	20	-	0,00	19,0	-	0,00
51	-30,0	20	-0,60	-	19,0	-0,57	-
52	-32,0	20	-	0,00	19,0	-0,61	-
53	-16,0	20	-0,32	-	19,0	-0,30	-
54	-25,5	20	-0,51	-	19,0	-0,48	-
Total	0,0	-	-130,57	130,57	-	-123,79	123,79

Tabela 6.2: Alocação de custos via PMS e Aumann-Shapley - caso sem perdas

<i>Barra</i>	Custo Declarado (R\$/MWh)	P_g^M (MW)
1	9,00	1000,00
2	1,00	800,00
3	1,20	800,00
5	1,10	800,00
12	19,7	1000,00
14	1,0	800,00
17	40,0	150,00
20	1,30	800,00
31	41,0	500,00
33	43,00	160,00
38	23,50	355,00
39	42,00	160,00
50	99,00	500,00

Tabela 6.3: Dados barras de geração

Determinando a solução de mínimo custo nestas condições, o PMS do sistema fica em 41 R\$/MWh, resultando no balanço de pagamentos apresentado na Tabela 6.4. Conforme pode ser observado, a diferença entre a alocação via PMS e modelo nodal se acentua significativamente, pois as cargas pagam 450% a mais do que o custo efetivo de geração, ilustrando a volatilidade dos preços em metodologias basedas na aplicação direta dos custos marginais.

Modelo	Pagamento cargas/Receita geradores
PMS	267663
Nodal	48480
Diferença	450%

Tabela 6.4: Comparação do balanço de pagamentos

6.2.2 Caso com Perdas e Demanda de Potência Reativa

Para o mesmo exemplo e com a declaração de custos inicialmente mostrada (ver Tabela A.2), se a demanda de reativos e as perdas nas linhas de transmissão forem consideradas, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 6.5. Conforme mostrado no capítulo anterior, no modelo completo da rede, a componente de custo de potência

ativa passa a ter uma parcela relacionada à demanda de potência reativa. O custo total de geração se eleva para $R\$127,55 \times 10^3$ (aumento de 3%).

Também pode ser observado que as perdas e a demanda de reativos representam um *congestionamento* na rede, pois além da necessidade da geração adicional de potência ativa para o suprimento das perdas (186MW), são verificadas variações no despacho de algumas usinas quando se compara estes resultados com os do caso anterior. Geradores de menor custo podem ter sua geração reduzida ou elevada em função de sua localização na rede. Na Tabela 6.6 apresentam-se os despachos de potência ativa alterados de forma mais significativa. Conforme pode ser observado, o gerador da barra 17, que não seria despachado pela ordem de mérito (caso sem perdas) passa a gerar 346MW. Por outro lado, os geradores das barras 31 e 38 de custo menor, têm seus despachos reduzidos. O gerador de custo maior está localizado no Estado do RS, mostrando que não é possível atender a demanda deste Estado com a geração de menor custo. Ou seja quando o modelo completo da rede é adotado, restrições como o limite de tensão em barramentos, não permitem que se opere com níveis de geração menores no Estado do RS caracterizando um congestionamento.

No que se refere ao tempo de processamento, a obtenção dos fatores de Aumann-Shapley para a rede completa deste sistema de 54 barras, leva em média 140 segundos em cada discretização realizada em um micro-computador (processador AMD-K6 - 400Mhz - 256kb RAM).

Nas figuras 6.1 e 6.2 apresenta-se a evolução dos multiplicadores de Lagrange relacionados ao balanço de potência ativa e reativa ao longo do intervalo de discretização da carga. Para a potência ativa, a variação desses multiplicadores é linear por partes, apresentando descontinuidades quando o limite de geração é atingido. Por outro lado, os multiplicadores relacionados ao balanço de potência reativa apresentam um comportamento acentuadamente não-linear com a evolução da demanda.

6.2.3 Redução do Fator de Potência

Para mostrar a influência da potência reativa no custo total, diminuiu-se o fator de potência da demanda do sistema, de 0,983 para 0.900. Conforme pode ser observado

<i>Barra</i>	<i>P</i> (MW)	<i>Q</i> (Mvar)	π_P (R\$/MW)	π_Q (R\$/Mvar)	<i>Custop_d</i> R\$ × 10 ³	<i>Custop_g</i> R\$ × 10 ³
1	1450,0	-309,5	20,0	0,0	-	29,0
2	1500,0	-106,0	18,0	0,0	-	27,0
3	400,0	-59,4	18,0	0,0	-	7,2
4	-500,0	-293,0	19,4	0,18	-9,8	-
5	820,0	-75,5	17,0	0,00	-	13,9
6	-639,9	17,0	19,1	0,02	-12,2	-
7	-671,9	83,0	19,6	0,31	-13,2	-
8	-30	-9,0	19,8	0,25	-0,6	-
9	-300	-56,0	19,2	0,15	-5,8	-
10	-844	-200,0	19,5	0,20	-16,5	-
11	-320	19,0	20,1	0,28	-6,4	-
12	100,0	-207,9	19,0	0,00	-	1,9
13	-4,4	0,0	19,6	0,26	-0,1	-
14	700,0	-887,1	20,0	0,00	-	14,0
15	-3,1	0,0	19,0	0,00	-0,1	-
16	-689,9	93,0	19,1	0,02	-13,2	-
17	346,4	0,4	21,0	0,00	-	7,3
18	0,0	0,0	19,2	0,07	0,0	-
19	0,0	0,0	19,2	0,06	0,0	-
20	0,0	-255	22,0	0,00	-	0,0
21	-49,0	6,0	19,8	0,24	-1,0	-
22	-40,0	-20,0	19,5	0,09	-0,8	-
23	-50	16,0	19,8	0,25	-1,0	-
24	-31,5	8,0	19,8	0,27	-0,6	-
25	-76,8	-24,4	19,8	0,27	-1,5	-
26	-29,4	-9,5	19,8	0,27	-0,6	-
27	-200,0	-55,0	19,8	0,24	-1,5	-
28	-599,9	-170,0	19,7	0,25	-0,6	-
29	-16,6	-5,5	19,7	0,26	-3,7	-
30	-90,0	-20,0	19,8	0,04	-11,8	-
31	600,2	20,5	20,0	0,00	-	12,0
32	-94,0	-30,9	19,7	0,18	-1,8	-
33	420,0	30,8	19,0	0,00	-	8,0
34	-13,5	-2,8	19,7	0,29	-0,3	-
35	-67,00	-22,0	20,2	0,26	-1,4	-
36	-20,7	-6,8	19,7	0,32	-0,4	-
37	-20,0	-4,9	19,9	0,28	-0,4	-
38	362,84	9,6	17,2	0,00	-	7,3
39	0,0	55,4	19,4	0,00	-	0,0
40	-110,0	-36,2	19,8	0,23	-2,2	-
41	-61,0	-20,0	19,3	0,06	-1,2	-
42	-17,0	-5,6	19,6	0,29	-0,3	-
43	-90,0	-29,6	19,6	0,17	-1,8	-
44	-387,0	-60,0	18,5	0,25	-7,6	-
45	-74,0	-24,3	19,4	0,07	-1,4	-
46	-130,0	-25,0	20,0	0,04	-2,6	-
47	-77,0	-20,0	19,5	0,04	-1,5	-
48	-56,7	-18,7	19,6	0,15	-1,1	-
49	-20,0	-5,0	19,7	0,03	-0,4	-
50	0,0	0,0	30,0	0,00	-	0,0
51	-30,0	-9,9	19,8	0,02	-0,6	-
52	-32,0	-10,5	19,7	0,22	-0,6	-
53	-16,0	-4,0	19,4	0,20	-0,3	-
54	-25,5	-8,4	20,0	0,28	-0,5	-
Total	-	-	-	-	-127,55	127,77

Tabela 6.5: Alocação de custos via Aumann-Shapley - modelo completo da rede

<i>Gerador</i>	sem perdas	com perdas	<i>desvio(MW)</i>
17	0	346	+346
31	648	600	-48
38	512	363	-149

Tabela 6.6: Desvios de geração de pot. ativa mais significativos

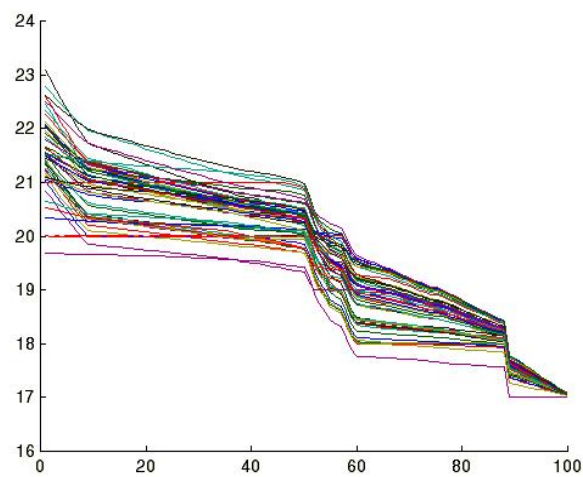


Figura 6.1: Evolução dos multiplicadores de Lagrange - potência ativa

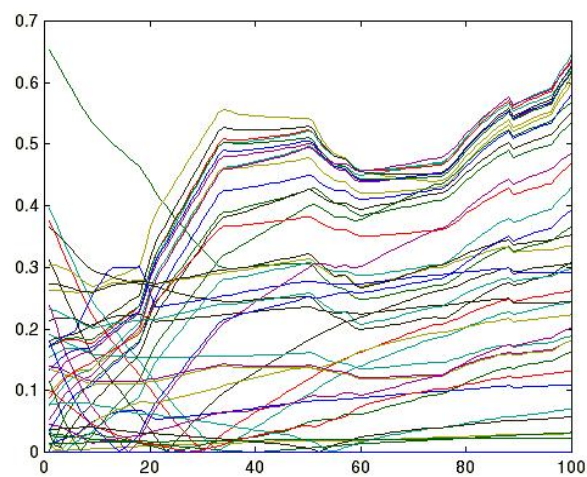


Figura 6.2: Evolução dos multiplicadores de Lagrange - potência reativa

na Tabela 6.7, o custo de geração aumenta para $R\$128366$ (3,6% de aumento), pois, com o aumento da carga de reativos os respectivos custos unitários relacionados a esta demanda também aumentam. Isto se deve à elevação das perdas de potência ativa, as quais passam de $171,01MW$ para $210,12MW$ (aumento de 28%). A parcela do custo total relacionada à potência reativa aumenta de 0,2% para 0,6% com a redução do fator de potência. Salienta-se também que, devido ao aumento das perdas, foi necessário um despacho adicional de aproximadamente $40MW$. Isto poderia ter um impacto considerável no preço marginal do sistema, se fosse necessário alocar uma unidade geradora de custo mais elevado. Este fato enfatiza a importância da demanda de reativos no problema de minimização do custo de potência ativa, bem como destaca o impacto de uma inadequada compensação de reativos na rede. A elevação da geração com a redução do fator de potência basicamente se concentra no Estado do RS, ressaltando o aspecto da necessidade de uma geração interna para garantir o atendimento do perfil de tensão da região.

6.2.4 Verificação de Subsídio Cruzado

Se a demanda de potência ativa das barras 51, 52, 53 e 54 for aumentada em 100%, com relação ao caso base, observa-se um aumento de $R\$2,279 \times 10^3$ no custo total de geração de potência ativa do sistema. A Tabela 6.8 mostra a comparação do custo alocado nestas barras antes e depois do aumento de 100 % na demanda. A participação destas barras no custo se elevou em $R\$2,077 \times 10^3$, mostrando que quase a totalidade do aumento de custo é atribuída aos barramentos cuja demanda aumentou. Este custo não é totalmente alocado a estas barras, em função de que o custo da perda na transmissão é diluído entre todas as barras do sistema.

A realocação do custo de geração devida a pequenos incrementos na demanda de um conjunto de barras pré-selecionadas pode ser determinada sem a necessidade de se efetuar o processo de discretização novamente. Os novos valores de Aumann-Shapley podem ser obtidos da seguinte forma:

$$\pi^{old} = \frac{\sum \lambda^{(old)}}{n}$$

<i>Barra</i>	<i>P</i> (MW)	<i>Q</i> (Mvar)	π_P (R\$/MW)	π_Q (R\$/Mvar)	<i>Custo_{pd}</i> R\$ × 10 ³	<i>Custo_{pg}</i> R\$ × 10 ³
1	1450,0	-309,5	20,0	0,0	-	29,0
2	1500,0	-106,0	18,0	0,0	-	27,0
3	400,0	-59,4	18,0	0,0	-	7,2
4	-500,0	-293,0	19,5	0,31	-9,8	-
5	820,0	-75,5	17,0	0,00	-	13,9
6	-639,9	17,0	19,1	0,02	-12,2	-
7	-671,9	83,0	19,8	0,34	-13,2	-
8	-30	-9,0	19,9	0,33	-0,6	-
9	-300	-56,0	19,3	0,15	-5,8	-
10	-844	-200,0	19,6	0,31	-16,5	-
11	-320	-19,0	20,3	0,35	-6,4	-
12	100,0	-207,9	19,0	0,00	-	1,9
13	-4,4	0,0	19,7	0,25	-0,1	-
14	700,0	-887,1	20,0	0,00	-	14,0
15	-3,1	0,0	19,0	0,00	-0,1	-
16	-689,9	93,0	19,2	0,03	-13,2	-
17	76,4	0,4	21,0	0,00	-	7,9
18	0,0	0,0	19,2	0,07	0,0	-
19	0,0	0,0	19,2	0,06	0,0	-
20	0,0	-255	22,0	0,00	-	0,0
21	-49,0	6,0	19,8	0,19	-1,0	-
22	-40,0	-20,0	19,5	0,06	-0,8	-
23	-50	16,0	19,8	0,29	-1,0	-
24	-31,5	8,0	19,9	0,32	-0,6	-
25	-76,8	-24,4	19,9	0,34	-1,5	-
26	-29,4	-9,5	19,9	0,33	-0,6	-
27	-200,0	-55,0	19,9	0,33	-1,5	-
28	-599,9	-170,0	19,7	0,30	-0,6	-
29	-16,6	-5,5	19,8	0,32	-3,7	-
30	-90,0	-20,0	19,8	0,10	-11,8	-
31	611,2	20,5	20,0	0,00	-	12,2
32	-94,0	-30,9	19,8	0,27	-1,8	-
33	420,0	30,8	19,0	0,00	-	8,0
34	-13,5	-2,8	19,7	0,24	-0,3	-
35	-67,00	-22,0	20,3	0,34	-1,4	-
36	-20,7	-6,8	19,7	0,21	-0,4	-
37	-20,0	-4,9	20,1	0,40	-0,4	-
38	361,06	9,6	17,2	0,00	-	7,3
39	0,0	55,4	30,0	0,00	-	0,0
40	-110,0	-36,2	20,1	0,41	-2,2	-
41	-61,0	-20,0	19,2	0,06	-1,2	-
42	-17,0	-5,6	19,6	0,25	-0,3	-
43	-90,0	-29,6	19,8	0,28	-1,8	-
44	-387,0	-60,0	19,8	0,31	-7,6	-
45	-74,0	-24,3	19,4	0,10	-1,4	-
46	-130,0	-25,0	20,0	0,10	-2,6	-
47	-77,0	-20,0	19,5	0,07	-1,5	-
48	-56,7	-18,7	19,7	0,12	-1,1	-
49	-20,0	-5,0	19,7	0,06	-0,4	-
50	0,0	-41,3	30,0	0,00	-	0,0
51	-30,0	-9,9	19,8	0,01	-0,6	-
52	-32,0	-24,2	19,7	0,23	-0,6	-
53	-16,0	-4,0	19,4	0,18	-0,3	-
54	-25,5	-8,4	20,1	0,36	-0,5	-
Total	-	-	-	-	-128,72	128,37

Tabela 6.7: Redução do fator de potência

<i>Barra</i>	<i>P</i> (<i>MW</i>)	<i>Q</i> (<i>Mvar</i>)	π_P (<i>R</i> \$/ <i>MW</i>)	π_Q (<i>R</i> \$/ <i>Mvar</i>)	<i>Custo</i> <i>R</i> \$
Caso Base					
51	−30,0	−9,6	19,81	0,020	−594,34
52	−32,0	−10,51	19,67	0,222	−631,73
53	−16,0	−4,0	19,38	0,201	−310,94
54	−25,5	−8,38	20,00	0,284	−512,38
Total					−2049,39
Aumento demanda					
51	−60,0	−19,8	20,01	0,016	−1200,7
52	−64,0	−21,02	19,80	0,202	−1271,3
53	−32,0	−8,0	19,48	0,166	−624,8
54	−51,0	−16,76	20,10	0,275	−1029,55
Total					−4126,35
Diferença = <i>R</i> \$ − 2076,96					

Tabela 6.8: Aumento de 100% na carga das barras 51, 52, 53 e 54

$$\pi^{new} = \frac{\sum \lambda^{(old)} + \lambda^{(n+1)}}{n+1}$$

e portanto

$$\pi^{new} = \frac{n\pi^{old} + \lambda^{(n+1)}}{n+1}$$

Na Tabela 6.9 apresenta-se o resultado desta aproximação para o incremento considerado no caso anterior. Observa-se uma pequena diferença no custo total alocado às barras que sofreram aumento de carga com relação ao processo completo de discretização (erro de 1%). Isto mostra que é possível evitar a resolução de n problemas de FPO, minimizando o esforço computacional, o qual é expressivo em sistemas de grande porte.

<i>Barra</i>	<i>P</i> (MW)	<i>Q</i> (Mvar)	π_P (R\$/MW)	π_Q (R\$/Mvar)	<i>Custo</i> R\$
51	-60,0	-19,8	19,82	0,020	-1189,6
52	-64,0	-21,02	19,68	0,222	-1264,2
53	-32,0	-8,0	19,39	0,201	-622,1
54	-51,0	-16,76	20,02	0,284	-1025,8
Total					-4101,7
Diferença					-2051,6

Tabela 6.9: Cálculo aproximado dos novos custos unitários nas barras 51, 52, 53 e 54

6.3 Alocação do Custo das Perdas de Potência Ativa

6.3.1 Diferença dos Custos Unitários

As referências [59, 60] propõem a alocação do custo das perdas baseada na diferença entre os custos unitários de potência ativa, obtidos nas soluções do FPO, para os casos com e sem perdas de transmissão. As Tabelas 6.2 e 6.5 mostram os custos unitários para o caso sem e com perdas para o sistema de 54 barras, e a Tabela 6.10 mostra a diferença entre os custos unitários correspondentes. Conforme pode ser observado, o custo total das perdas é de $R\$3,71 \times 10^3$, o qual se aproxima da diferença dos custos totais de geração com e sem perdas ($R\$3,78 \times 10^3$). Isto mostra que a aplicação desta metodologia é adequada quando for de interesse atribuir o custo das perdas de potência ativa somente às barras de carga, pois os custos unitários das barras de geração são exatamente iguais os custos de produção, assim sendo, independem do modelo de rede considerado. No que se refere aos valores individuais, observam-se fatores elevados nos pontos principais de atendimento dos Estados do PR, SC e RS, como as subestações de Curitiba-525kV, Bateias-525kV, Blumenau-525kV e Gravataí-525/230kV, com valores consideráveis de injeção de potência. Fatores de grande magnitude também são observados em barramentos de 230kV como (Quinta-230kV), 46 (S.Marta-230kV) e 54 (Scharlau-230kV), indicando que essas barras são candidatas naturais a compensação de potência reativa se for desejado reduzir as perdas na transmissão.

<i>Barra</i>	<i>P</i> (MW)	$\pi_c - \pi_s$ (R\$/MW)	<i>Custo</i> R\$
4	-500,0	0,479	-239,5
6	-639,9	0,096	-61,43
7	-671,9	0,672	-451,52
8	-30	0,822	-24,66
9	-300	0,307	-92,10
10	-844	0,525	-443,47
11	-320	1,159	-370,88
13	-4,4	0,640	-2,81
15	-3,1	0,033	-0,10
16	-689,9	0,179	-123,49
18	0,0	0,256	0,00
19	0,0	0,213	0,00
21	-49,0	0,781	-38,27
22	-40,0	0,553	-22,12
23	-50	0,785	-39,25
24	-31,5	0,831	-26,18
25	-76,8	0,859	-65,95
26	-29,4	0,789	-23,17
27	-200,0	0,783	-156,60
28	-599,9	0,683	-409,73
29	-16,6	0,775	-12,88
30	-90,0	0,854	-76,83
32	-94,0	0,779	-73,23
34	-13,5	0,695	-9,38
35	-67,00	1,210	-81,06
36	-20,7	0,716	-14,82
37	-20,0	0,997	-19,96
40	-110,0	1,012	-111,32
41	-61,0	0,220	-13,42
42	-17,0	0,617	-10,49
43	-90,0	0,725	-65,24
44	-387,0	0,738	-285,61
45	-74,0	0,433	-32,03
46	-130,0	1,031	-134,03
47	-77,0	0,536	-41,26
48	-56,7	0,672	-38,10
49	-20,0	0,740	-14,80
51	-30,0	0,835	-25,05
52	0,00	0,699	-22,37
53	-16,0	0,413	-6,61
54	-25,5	1,013	-26,27
			-3705,98

Tabela 6.10: Custo das perdas pela diferença dos custos unitários

6.3.2 Alocação via Matriz de Impedância de Barra

Aplicando-se a metodologia de separação das perdas via matriz impedância de barra no modelo completo da rede, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 6.11. Tanto as barras de geração quanto as de carga pagam pelas perdas de potência ativa. Conforme pode ser observado no final da tabela, a soma dos custos das perdas é prati-

camente igual à diferença entre o custo total de geração com e sem perdas (erro de 0,5%). Observa-se nesse caso, que a maior parte do custo das perdas é alocada para as barras de geração, em virtude da magnitude da injeção de potência nessas barras.

6.4 Alocação do Custo de Congestionamento

Para simular uma condição de congestionamento por limitação de capacidade de fluxo, foi considerada a indisponibilidade de uma das linhas de 525kV que interligam as usinas do Estado do Paraná/PR aos Estados do Rio Grande do Sul/RS e Santa Catarina/SC (LT 525kV S.Santiago-Itá) e duas condições para a linha de interligação remanescente (LT 525kV Areia-C.Novos): 1. limite de 2200MVA 2. limite de 1000MVA. Na primeira condição, o custo total geração é de $R\$137,16 \times 10^3$ e na segunda o custo aumenta para $R\$142,17 \times 10^3$, em razão da capacidade de 1000MVA limitar a exportação da geração mais econômica para os Estados do RS e SC. A divisão do sobre-custo de $R\$5,01 \times 10^3$, determinada pela diferença entre os custos unitários sem e com restrição de capacidade das linhas, é apresentada na Tabela 6.12. O total do custo alocado é de $R\$4,93 \times 10^3$, correspondendo a um erro de 1,35%, o qual está associado ao processo de discretização e à variação das perdas entre os casos com e sem congestionamento. Observa-se também que os barramentos 4 (Bateias-525kV), 6 (Areia-525kV), 7 (Blumenau-525kV), 10 (Curitiba-525kV), 15 (Ivaiporã-525kV) e 16 (Londrina-525kV) recebem um pagamento devido ao congestionamento, pois os mesmos estão localizados na região não restrita pelo fluxo cujo limite foi atingido. Os demais barramentos, que deixam de se beneficiar em decorrência da restrição, pagam pelo congestionamento.

<i>Barra</i>	<i>P_{ef}</i> (MW)	<i>Perdas</i> (MW)	<i>Custo</i> R\$
1	1431,02	18,98	379,60
2	1493,30	6,70	120,60
3	396,75	3,25	58,50
4	-508,18	8,18	159,09
5	805,94	14,06	239,02
6	-637,43	2,47	47,09
7	-691,01	19,11	375,36
8	-30,46	0,46	9,10
9	-300,15	0,15	2,89
10	-860,71	16,01	312,11
11	-330,16	10,16	204,51
12	99,18	0,82	15,58
13	-4,45	0,06	1,18
14	696,30	3,70	74,00
15	-3,06	0,04	0,76
16	-685,19	4,71	90,19
17	342,72	3,59	75,39
18	0,00	0,0	0,00
19	0,00	0,0	0,00
20	0,38	0,38	8,36
21	-48,97	0,03	0,59
22	-38,91	1,09	21,28
23	-50,26	0,26	5,14
24	-32,14	0,64	12,67
25	-78,45	1,67	33,11
26	-29,81	0,44	8,69
27	-203,48	3,48	68,74
28	-608,86	8,96	176,09
29	-16,88	0,26	5,13
30	-90,28	0,31	6,15
31	580,07	20,10	402,00
32	-94,95	0,95	18,76
33	402,79	17,21	326,99
34	-13,49	0,01	0,20
35	-68,78	1,79	36,12
36	-20,46	0,24	4,72
37	-20,23	0,21	4,19
38	350,34	12,5	250,0
39	-0,15	0,15	4,50
40	-110,94	0,94	18,78
41	-60,47	0,52	9,98
42	-16,98	0,02	0,39
43	-90,24	0,25	4,92
44	-393,31	6,31	124,36
45	-72,36	1,62	31,43
46	-130,09	0,09	1,80
47	-77,03	0,05	0,98
48	-56,21	0,48	9,43
49	-19,83	0,17	3,35
50	-0,17	0,17	5,10
51	-30,07	0,07	1,39
52	-32,16	0,16	3,15
53	-15,93	0,07	1,36
54	-26,14	0,64	12,8
			3787,65

Tabela 6.11: Alocação do custo das perdas pela matriz impedância de barra

<i>Barra</i>	$Q \times \pi_{Qcong}$ (R\$)	$P \times \pi_{Pcong}$ (R\$)	<i>Custo</i> R\$
4	-5,57	633,00	627,43
5	0,00	0,00	0,00
6	-0,07	773,64	773,57
7	5,48	878,17	883,65
8	0,43	-85,20	-84,77
9	-3,41	-859,50	-862,92
10	-5,	1076,15	1071,15
11	0,95	-929,28	-928,33
13	0,00	-12,52	-12,52
15	0,00	3,38	3,38
16	0,09	760,96	761,05
18	0,00	0,00	0,00
19	0,00	0,00	0,00
21	0,06	-141,3	-141,21
22	-0,1	-120,36	-120,46
23	0,57	-147,85	-147,27
24	0,49	-90,56	-90,07
25	1,46	-221,20	-219,74
26	0,49	-85,11	-84,62
27	2,91	-572,20	-569,29
28	11,22	-1715,11	-1703,89
29	0,31	-47,95	-47,64
30	0,00	-248,86	-248,86
32	0,83	-262,92	-262,08
34	-38,67	-38,70	-36,67
35	-191,85	-192,66	-191,85
36	-61,17	-61,04	-61,17
37	-60,85	-60,92	-60,85
40	0,29	-337,59	-337,30
41	0,70	-166,69	-165,99
42	0,18	-48,45	-48,27
43	0,44	-248,10	-247,65
44	3,66	-1107,59	-1103,93
45	-0,17	-199,90	-200,06
46	-0,03	-354,25	-354,28
47	0,50	-213,00	-212,50
48	0,00	-158,73	-158,73
49	-0,01	-53,62	-53,63
51	-0,02	-86,79	-86,81
52	0,33	-88,99	-88,66
53	0,27	-44,75	-44,48
54	0,42	-73,44	-73,02
Total			-4931,29

Tabela 6.12: Alocação do custo de congestionamento

6.5 Alocação via Multiplicadores de Lagrange com Fator de Escalonamento

Em sistemas de grande porte, a resolução de um FPO completo para cada nível da carga discretizada requer um considerável esforço computacional. Em alguns casos, observa-se dificuldades de convergência quando os níveis de carga são muito reduzidos, geralmente devido ao esgotamento dos recursos de controle de tensão. Uma alternativa de divisão do custo de geração na qual esses problemas são evitados, consiste em determinar fatores de participação proporcionais aos multiplicadores de Lagrange. Os resultados da aplicação desta estratégia são apresentados na Tabela 6.13. O exemplo usado foi o de alocação do custo de potência ativa, para o qual são comparados os fatores de participação das barras de carga com aqueles obtidos via metodologia de Aumann-Shapley. Conforme pode ser observado, os fatores proporcionais permitem a obtenção de fatores de participação comparáveis com os obtidos pela metodologia de Aumann-Shapley.

6.6 Uso dos Multiplicadores Duais das Restrições de Tensão

Na solução de mínimo custo deste sistema, considerando a rede completa e sem congestionamentos, o limite máximo de tensão (1,05 p.u.) é atingido em várias barras. Conforme ilustrado no exemplo do capítulo anterior, os multiplicadores duais podem ser usados para se estimar a variação na função objetivo quando se define um novo limite de tensão. A Tabela 6.14 mostra as barras cujo limite superior de tensão (1,05 p.u.) foi atingido e os correspondentes multiplicadores duais.

A terceira coluna desta tabela mostra a estimativa da variação da função objetivo se o limite de tensão for fixado 1,10 p.u. Com base nesta estimativa o novo valor do custo total seria de R\$127156. Resolvendo-se um novo FPO, o valor exato do custo é de R\$127204 (diferença de 0,04%).

<i>Barra</i>	Proporcional a λ (%)	<i>Aumann – Shapley</i> (%)
4	7,78	7,65
6	9,39	9,55
7	10,62	10,31
8	0,45	0,47
9	4,44	4,53
10	13,3	12,92
11	5,00	5,04
13	0,07	0,07
14	0,07	0,07
15	0,04	0,05
16	10,09	10,34
18	0,00	0,00
19	0,00	0,00
20	0,00	0,00
21	0,71	0,75
22	0,55	0,61
23	0,74	0,78
24	0,48	0,49
25	1,18	1,20
26	0,44	0,46
27	3,03	3,10
28	9,07	9,26
29	0,25	0,26
30	1,33	1,40
32	1,40	1,46
34	0,20	0,21
35	1,04	1,06
36	0,30	0,32
37	0,30	0,31
40	1,64	1,73
41	0,90	0,92
42	0,25	0,26
43	1,32	1,39
44	5,85	5,98
45	1,03	1,12
46	1,91	2,03
47	1,14	1,18
48	0,81	0,87
49	0,29	0,31
51	0,44	0,47
52	0,47	0,49
53	0,23	0,24
54	0,39	0,41
Total	100,0	100,0

Tabela 6.13: Fatores de participação - barras de carga

Barra	$\mu_{v,M}$	$\Delta V \cdot \mu_{v,M}$
2	1585,86	79,29
3	213,24	10,67
5	213,18	10,69
9	2758,72	137,94
15	523,14	26,16
17	247,80	12,39
31	1160,31	58,02
33	502,84	25,14
36	102,03	5,11
38	504,07	25,20
53	143,85	7,19
Variação na FO	-	397,80

Tabela 6.14: Variação na Função Objetivo para ΔV

A variação do perfil de tensão do sistema tem reflexo direto nas perdas de potência ativa, as quais variam com o quadrado da magnitude das tensões, dificultando a estimativa exata do valor do custo de geração. Com relação às variações individuais, observa-se que a barra 9 (Campos Novos 525kV) é a que mais contribui para a variação da função objetivo, indicando que a compensação reativa neste barramento teria influência maior na redução das perdas e portanto na diminuição do custo de geração do sistema.

O resultado da integração dos multiplicadores para os dois limites considerados é apresentado na Tabela 6.15. Conforme mencionado no capítulo anterior, a soma das diferenças entre os multiplicadores integrados resulta na variação do valor da função objetivo.

Pode ser observado na Tabela 6.15, que o desvio da função objetivo obtido pela diferença entre os multiplicadores integrados se aproxima do valor exato (erro de 0,06%). Da mesma forma que na estimativa de variação no custo via aplicação direta dos multiplicadores duais, a barra 9 é a que mais contribui para a redução no custo do sistema. Na figura 6.3, é apresentada a evolução dos multiplicadores duais ao longo das 100 discretizações realizadas, para o limite máximo 1,05 p.u. Como pode ser visualizado o comportamento desses multiplicadores é altamente não linear, o que dificulta uma estimativa mais exata da variação da função objetivo.

Barra	$\mu_{v,M}$ (1,05 p.u.)	$\mu_{v,M}$ (1,10 p.u.)	$\Delta\mu^M$
2	30,69	0,00	30,69
3	5,96	0,00	5,96
5	37,06	15,50	21,56
6	127,41	42,30	85,11
7	392,31	398,76	-6,45
9	502,61	269,32	233,29
13	512,19	600,28	-88,09
15	61,15	30,77	30,38
17	6,65	1,78	4,87
25	0,86	0,35	0,51
31	82,34	51,28	31,06
33	99,89	58,74	41,15
36	64,41	65,92	-1,51
38	31,78	12,62	19,16
42	11,39	4,98	6,41
53	21,64	3,41	18,23
Σ	1988,34	1556,01	$\Delta FO = 432,33$

Tabela 6.15: Variação na função objetivo via diferença multiplicadores duais de tensão

6.7 Uso dos Multiplicadores Duais de Potência Reativa

Na solução de mínimo custo apresentada na Tabela 6.5, a usina da barra 14 (UH Itá) apresenta $Q_g = -887Mvar$. Limitando-se a capacidade desta usina em $Q_g^m = -360Mvar$ e resolvendo-se novamente o problema de FPO, verifica-se que este limite é atingido. A Tabela 6.16 mostra que a magnitude do multiplicador dual associado permite estimar a variação resultante na função objetivo decorrente da limitação de reativo gerado.

$Q_{gItá}$ ($Mvar$)	FO ($R\$$)	$\mu_{Q_{gItá}}$ ($R\$/Mvar$)	$\Delta Q_{gItá}$ ($Mvar$)	FO Est. ($R\$$)	FO Real ($R\$$)	$Erro$ (%)
-887	127554	0.366	527	127775	127680	0,05

Tabela 6.16: Estimativa variação da FO via multiplicador dual de pot. reativa

Nas Tabelas 6.15 e 6.16, observa-se que variações no perfil de tensão e limites de geração de potência reativa resultam em pequenas variações no valor da função de

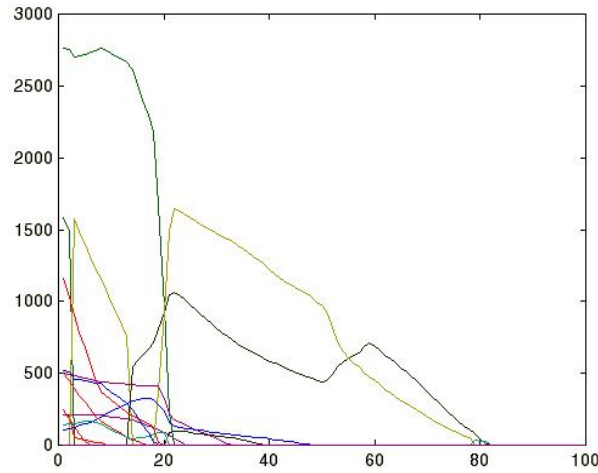


Figura 6.3: Evolução dos multiplicadores duais de tensão - $V^M = 1,05$ p.u.

custo. Entretanto, em condições de elevado carregamento do sistema, tais variações podem ser significativas, principalmente quando, pela falta de compensação reativa em determinadas regiões do sistema, for necessário o despacho de usinas de custo mais elevado. Condições de elevado carregamento também têm reflexo no aumento das perdas de potência ativa onde o perfil de tensão passa a ter uma influência maior.

Na Tabela 6.17 apresentam-se os resultados da integração do multiplicador dual de potência reativa associado à usina de Itá considerando as duas condições de reativo gerado (ilimitado e limitado).

$Qg_{Itá}^M(Mvar)$	$Qg_{Itá}(Mvar)$	$FO(R\$)$	$\Pi_{Qg_{Itá}}$	$\Delta\Pi_{Qg_{Itá}} \cdot \Delta_{Qg_{Itá}}$	$\Delta FO(R\$)$
-9999	-887,14	127554	0	—	—
-360	-360	127680	0,26	137	126

Tabela 6.17: Variação da FO via multiplicador dual de pot. reativa- usina de Itá

Na primeira linha da Tabela 6.17, Π_{Qg2} é igual a zero, pois o limite de absorção de potência reativa não é atingido, sendo considerada a referência de custo para o caso em que este tipo de restrição não é levado em conta. O valor $\Delta\Pi_{Qg_{Itá}} \cdot \Delta_{Qg_{Itá}}$ representa o produto entre as diferenças dos multiplicadores duais integrados pelo desvio de geração de potência reativa, para os casos com e sem a restrição no limite. Observa-se que os resultados das duas últimas colunas são semelhantes. Na figura 6.4 apresenta-se a

evolução do multiplicador dual da usina de Itá ao longo do processo de integração (100 discretizações). Conforme pode ser observado, o comportamento não é linear, o que deteriora as estimativas de variação de custo através da forma mencionada anteriormente.

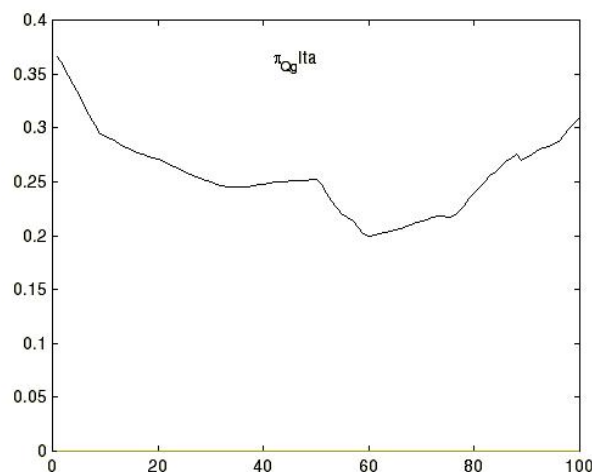


Figura 6.4: Evolução do multiplicador dual de potência reativa da usina de Itá

6.8 Conclusões

Na aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange na alocação de custos de potência ativa uma grande volatilidade de preços pode ser observada. No caso de sistemas de grande porte esta volatilidade implica em diferenças significativas nos fluxos de capitais envolvidos.

As perdas de potência ativa podem ser vistas como um *congestionamento da rede*, pois além da necessidade do suprimento das mesmas, a solução de mínimo custo global pode restringir uma geração de menor custo em função de sua localização na rede.

O efeito da demanda de reativos no custo de geração de potência ativa pode ser observado quando se reduz o fator de potência das cargas. Esta redução pode elevar significativamente as perdas do sistema assim como os custos totais.

Se a alocação do custo de geração é baseada na metodologia proposta, o aumento

neste custo devido ao incremento de demanda num conjunto de barras pré-selecionadas praticamente não afeta as demais barras do sistema. Uma pequena diferença é verificada devido ao aumento das perdas de transmissão, o qual é diluído entre todas as barras do sistema. Adicionalmente, os fatores de distribuição do custo podem ser atualizados sem a necessidade de se reinicializar o processo de integração à partir da demanda nula.

Os multiplicadores duais de tensão e potência reativa podem ser usados com um nível satisfatório de precisão na estimativa da variação da função objetivo, quando os limites operativos são redefinidos.

Para sistemas de grande porte, dois fatores dificultam a convergência do processo iterativo durante a integração. O primeiro está relacionado à magnitude da demanda no início deste processo, o qual é iniciado com carga nula. Nesta condição, a geração de potência ativa é ajustada para suprir as perdas de potência ativa na transmissão. As unidades geradoras podem operar com fator de potência indutivo ou capacitivo e, dependendo das características do sistema de transmissão, o trânsito do reativo requerido pode ser inviabilizado pela própria rede elétrica. Este problema pode ser contornado executando-se a integração à partir da demanda total até a demanda nula. O segundo fator diz respeito às restrições operacionais, as quais podem impedir a convergência do problema de otimização. Isto acontece não apenas no início do processo, mas também quando os limites operativos são atingidos ao longo da integração. Para contornar este problema, um intervalo do processo de discretização convenientemente selecionado pode ser usado para o cálculo dos fatores unitários.

Um razoável esforço computacional, decorrente da necessidade de executar um FPO completo para cada discretização, pode ser requerido no caso da aplicação da metodologia proposta a sistemas de grande porte. Entretanto, para pequenas variações na carga os fatores unitários podem ser atualizados com reduzido esforço computacional.

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões para Futuros Trabalhos

A introdução de geradores independentes, aliada à privatização de empresas públicas de energia elétrica que vem ocorrendo em diversos países, tem modificado a estrutura de gerenciamento e operação dos sistemas de potência. Uma das principais mudanças que tem ocorrido neste sentido é a transformação de um ambiente de tarifas reguladas num ambiente de contratos entre os diversos agentes integrantes.

A implantação do novo modelo exige a decomposição de todos os custos relacionados ao suprimento de energia elétrica, para que os mesmos possam ser ofertados por múltiplos agentes. Além disso, metodologias adequadas de alocação destes custos precisam ser desenvolvidas e implementadas.

Um grande número de metodologias tem sido proposta para a alocação de encargos em mercados de energia elétrica desregulamentados. De uma maneira geral, essas metodologias repartem o custo de um serviço comum a um conjunto de usuários visando:

- determinar a contribuição de cada usuário;
- evitar a ocorrência de subsídios cruzados entre os usuários;
- definir índices locacionais para as barras do sistema;

A metodologia de estabelecimento de preços via custos marginais resultantes de um processo de otimização pode gerar excedentes de remuneração. Por outro lado, alternativas de divisão do custo via critérios do tipo *pro rata* recuperam exatamente o custo do serviço, porém podem resultar subsídios cruzados.

A metodologia de Aumann-Shapley tem um grande potencial de aplicação para fins de alocação de custos, pois a mesma satisfaz as propriedades fundamentais requeridas para uma alocação *justa*. Esta metodologia pode ser aplicada de forma generalizada na alocação de custos de potências ativa e reativa, das perdas de potência ativa na rede de transmissão e do congestionamento. Portanto, a estratégia de Aumann-Shapley combinada com os resultados do FPO não linear permite alocar o custo a todos os agentes do sistema sem provocar excedentes de remuneração, considerando ao mesmo tempo o efeito da localização de cada agente na rede.

Em relação à aplicação da metodologia desenvolvida, destacam-se os seguintes comentários:

- O estabelecimento de preços de potência ativa em mercados *spot* com base na ordem de mérito corresponde exatamente à aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange do resultado de um FPO sem perdas e congestionamento. Este procedimento resulta em sobre remuneração e grande volatilidade de preços. Em sistemas de grande porte, isto implica em diferenças significativas nos fluxos de capitais envolvidos, elevando significativamente o preço final do produto. A aplicação da metodologia de Aumann-Shapley recupera o valor do serviço com precisão, fornecendo os fatores efetivos de participação de cada agente no custo total, independentemente das perdas e do congestionamento na rede.
- Os custos de potência ativa também são influenciados pela necessidade de compensação de reativos do sistema, seja pela limitação de geração de potência ativa para a exploração de um maior nível de reativos em máquinas síncronas ou pela necessidade de limitar o fluxo de reativos em linhas de transmissão.
- No caso do despacho sem perdas, os multiplicadores duais associados aos limites de geração de potência ativa fornecem informações sobre a receita adicional obtida pelos geradores de custo inferior ao Preço Marginal do Sistema e sobre o quanto deveria ser reduzido o custo dos geradores com custo superior ao PMS.

- Diversos estudos têm sido realizados no sentido de avaliar o impacto da demanda de reativos nos custos de operação do sistema. De forma análoga a potência ativa, é possível recuperar os custos da oferta de reativos, via preços nodais, quando a mesma é modelada como um problema de otimização. Uma dificuldade neste problema é expressar analiticamente o custo de produção de reativos, pois o mesmo não está diretamente associado a um consumo de *combustível*. Além disso, quando se aplica a metodologia proposta a recuperação de custos deste tipo somente é realizada com sucesso se for considerado apenas um intervalo adequado de discretização.
- Os multiplicadores de Lagrange fornecem sinais locais aos barramentos, devido aos efeitos simultâneos das perdas de potência ativa e congestionamento. A estratégia de separação das perdas via matriz impedância de barras permite obter a contribuição de cada barra nas perdas totais do sistema e com isto decompor a parcela do custo alocada a cada barra. Os multiplicadores associados às perdas também podem ser obtidos via diferença dos custos unitários das soluções com e sem perdas uma vez que estas podem ser vistas como um *congestionamento da rede*. Outra alternativa para obtenção de fatores de perdas é calcular os custos unitários a partir da solução de um problema de minimização das perdas de potência ativa.
- A integração dos multiplicadores duais combinada com relações de sensibilidade entre as variáveis do sistema de potência possibilita estimar a participação de cada barramento no congestionamento.
- O aumento no custo total de geração devido aos incrementos na demanda num conjunto pré-selecionado de barras é alocado em quase toda sua totalidade a essas barras. Uma pequena diferença é verificada devido ao aumento das perdas, as quais são diluídas entre todas as barras do sistema. Este problema pode ser resolvido sem a necessidade de inicializar todo o processo de integração.
- Dois fatores dificultam a convergência do processo iterativo durante a integração. O primeiro está relacionado à demanda nula no início do processo de integração. O segundo fator diz respeito às restrições operacionais. Estratégias relativas à ordem de magnitude das cargas em que é realizado o processo de integração e ao intervalo considerado para esta finalidade auxiliam a contornar estas dificuldades.

7.1 Contribuições

A seguir, destacam-se alguns aspectos explorados neste trabalho, os quais podem ser apontados como principais contribuições ao problema abordado.

- A generalização da metodologia de alocação de custos de Aumann-Shapley para diversos problemas decorrentes da desregulamentação dos sistemas de energia elétrica considerando a representação CA da rede. Isto possibilita obter fatores de participação de cada agente no custo (ou no encargo), considerando adequadamente as perdas e do congestionamento na rede.
- Exploração do problema de sobreremuneração associado à aplicação direta de custos marginais, através de exemplos analíticos e numéricos.
- O desenvolvimento de uma metodologia de alocação de custos de congestionamento via multiplicadores duais unitários.
- O desenvolvimento de uma metodologia para obtenção do custo das perdas que combina método de distribuição de perdas de transmissão baseado na matriz impedância de barra com a estratégia baseada no cálculo dos fatores unitários de Aumann-Shapley.

7.2 Sugestões para futuros trabalhos

No que se refere à continuidade deste trabalho sugere-se que sejam abordados os seguintes aspectos:

-
- O esforço computacional decorrente da execução do FPO para cada discretização pode ser reduzido pelo uso de processamento paralelo, pois as soluções provenientes das discretizações são independentes.
- Aplicação da metodologia em formulações alternativas de FPO, pois dependendo das restrições de igualdade e desigualdade modeladas no problema, os fatores de

participação nodais podem ser obtidos diretamente em problemas de congestionamento.

- Aplicação desta metodologia combinada com a solução do problema de máximo carregamento, no sentido de sinalizar corretamente a alocação dos encargos, principalmente no que se refere à compensação reativa.
- Extensão da metodologia proposta para considerar aspectos de gerenciamento de recursos hidrelétricos e termelétricos tais como utilizados nos modelos DESSEM e PREDESP.

Apêndice A

Dados do Sistema de 54 Barras

Nas tabelas abaixo apresentam-se os dados de barra e de linha do sistema de 54 barras utilizado. Alguns dados de geradores foram modificados em relação aos valores reais. Assim como os custos de geração correspondem a valores da ordem de grandeza dos reais.

Barra	Nome	$P_d(MW)$	$Q_d(Mvar)$	$P_{gmin}(MW)$	$P_{gmax}(MW)$	Custo (R\$/MWh)
1	Ivaiporã-525	-	-	0	1000	20,0
2	GBMunhoz-525	-	-	0	1500	18,0
3	Segredo-525	-	-	0	400	18,0
4	Bateias-525	500,0	293,0	-	-	-
5	SCaxias-525	-	-	0	820	17,0
6	Areia-525	639,9	-17,0	-	-	-
7	Blumenau-525	671,9	-83,0	-	-	-
8	Charquea-230	30,0	9,0	-	-	-
9	CNovos-525	300,0	60,0	-	-	-
10	Curitiba-525	844,7	200,0	-	-	-
11	Farroupi-230	320,0	19,0	-	-	-
12	Garabi60-525	-	-	0	100	19,0
13	Gravataf-525	4,4	0,0	-	-	-
14	Ita-525	-	-	0,0	700,0	20,0
15	Ivaiporã-525	3,1	0,0	-	-	-
16	Londrina-525	689,9	93,0	-	-	-
17	PFundo-230	-	-	0,0	550,0	21,0
18	SAngeles-525	-	-	-	-	-
19	SAngeles-230	-	-	-	-	-
20	SSantiago-525	-	-	0,0	600,0	22,0
21	Alegrete2-230	49,0	-6,0	-	-	-
22	Bagé2-230	40,0	20,0	-	-	-
23	Camaquã-230	50,0	16,0	-	-	-
24	CBom-B-230	31,5	8,0	-	-	-
25	CBom-230	76,8	24,4	-	-	-
26	Guaíba2-230	29,4	9,5	-	-	-
27	PoloPetr-230	200,0	55,0	-	-	-
28	Gravataf-230	599,9	170,0	-	-	-
29	Eldorado-230	16,6	5,5	-	-	-
30	Guarita-230	90,0	20,0	-	-	-
31	Itaúba-230	-	-	0,0	650,0	20,0
32	Lageado-230	94,0	31,0	-	-	-
33	DFrancisca-230	-	-	0,0	420,0	19,0
34	Maçambará-230	13,5	2,8	-	-	-
35	NPrata2-230	67,0	22,0	-	-	-
36	Livram-230	20,7	6,8	-	-	-
37	Pelotas3-230	20,0	4,9	-	-	-
38	PMedici-230	-	-	0,0	900,0	20,0
39	PReal-230	-	-	0,0	330,0	30,0
40	Quinta-230	110,0	36,2	-	-	-
41	SAngeles2-230	61,0	20,0	-	-	-
42	SBorja-230	17,0	5,6	-	-	-
43	SCruz1-D-230	90,0	29,6	-	-	-
44	CIndus-230	387,0	60,0	-	-	-
45	SMaria3-230	74,0	24,3	-	-	-
46	SMarta-230	130,0	25,0	-	-	-
47	SRosa-230	77,0	20,0	-	-	-
48	SVicente-230	56,7	18,7	-	-	-
49	Tapera-230	20,0	5,0	-	-	-
50	Uruguaia-230	-	-	0,0	200,0	30,0
51	Uruguaia5-230	30,0	9,9	-	-	-
52	VAires-230	32,0	10,5	-	-	-
53	SLGonzag-230	16,0	4,0	-	-	-
54	Scharlau-230	25,5	8,4	-	-	-

Tabela A.1: Dados de barra - sistema de 54 barras

<i>Linha</i>	<i>R(p.u.)</i>	<i>X(p.u.)</i>	<i>B_{sh}(p.u.)</i>	<i>MVA_{Max}</i>
1 - 15	.0000	.0005	.0114	1636
1 - 15	.0000	.0005	.0114	1636
2 - 6	.0001	.0012	.1520	1558
2 - 6	.0001	.0013	.1543	1558
3 - 6	.0005	.0065	.8049	2182
3 - 20	.0006	.0070	.8575	1637
4 - 6	.0020	.0256	3.1407	2350
4 - 10	.0005	.0045	.5489	2350
5 - 20	.0008	.0117	1.2458	2350
6 - 9	.0016	.0205	2.5017	2182
6 - 10	.0022	.0273	3.3386	2728
6 - 15	.0016	.0201	2.4577	2182
7 - 10	.0013	.0160	1.9589	1266
8 - 43	.0134	.0746	.1363	290
8 - 44	.0083	.0432	.0743	210
8 - 54	.0167	.0620	.1130	245
9 - 13	.0022	.0303	3.8146	1688
9 - 14	.0010	.0127	1.5524	1688
11 - 17	.0460	.2377	.4094	212
11 - 24	.0120	.0614	.1054	210
11 - 25	.0120	.0614	.1054	210
11 - 35	.0122	.0614	.1109	212
11 - 54	.0170	.0630	.1150	245
12 - 18	.0012	.0158	1.8054	2000
13 - 14	.0028	.0385	4.9370	1688
14 - 18	.0020	.0276	2.8863	2000
14 - 20	.0017	.0217	2.6516	1688
15 - 16	.0011	.0139	1.7028	1637
15 - 20	.0015	.0194	2.3697	2182
17 - 30	.0221	.0875	.1403	179
17 - 35	.0373	.1891	.3377	212
17 - 46	.0183	.0915	.1641	270
19 - 18	.0000	.0125	.0000	672
19 - 41	.0005	.0040	.0149	888
19 - 47	.0100	.0506	.0946	888
21 - 34	.0158	.0790	.1416	239
21 - 36	.0245	.1224	.2193	239
21 - 48	.0173	.0963	.1760	270
21 - 51	.0242	.1213	.2274	239
22 - 36	.0289	.1444	.2588	239
22 - 38	.0087	.0482	.0881	290
23 - 26	.0171	.0855	.1532	270
23 - 38	.0374	.1871	.3393	239
24 - 28	.0045	.0231	.0397	210
25 - 28	.0045	.0231	.0397	999
26 - 29	.0028	.0141	.0253	270
27 - 31	.0334	.1856	.3392	290
27 - 44	.0041	.0225	.0411	290
27 - 44	.0041	.0225	.0411	293
28 - 13	.0003	.0122	.0000	672
28 - 13	.0003	.0122	.0000	672
28 - 44	.0021	.0092	.0243	293
28 - 44	.0021	.0092	.0278	293
28 - 44	.0021	.0092	.0243	293
28 - 44	.0021	.0092	.0243	293
29 - 44	.0045	.0225	.0411	330
30 - 47	.0177	.0887	.1591	999
31 - 33	.0036	.0198	.0364	356
31 - 39	.0051	.0286	.0523	239
31 - 43	.0187	.1039	.1899	290
31 - 44	.0366	.2030	.3767	239
32 - 39	.0217	.1203	.2234	225
32 - 44	.0164	.0907	.1686	225
33 - 45	.0117	.0648	.1189	356
34 - 42	.0102	.0510	.0915	239
37 - 40	.0084	.0418	.0750	270
37 - 44	.0474	.2366	.4240	270
38 - 40	.0292	.1459	.2615	239
39 - 41	.0281	.1428	.2560	239
39 - 49	.0135	.0500	.0914	179
39 - 52	.0337	.1255	.2367	179
42 - 53	.0192	.0963	.1727	330
44 - 52	.0258	.0983	.1706	179
45 - 48	.0138	.0766	.1407	290
49 - 46	.0158	.0585	.1094	179
50 - 21	.0125	.0618	.4567	540
50 - 51	.0017	.0095	.0172	354
53 - 19	.0144	.0724	.1297	330

Tabela A.2: Dados de linha - sistema de 54 barras

Referências Bibliográficas

- [1] Coopers. *Working Paper 2 - Detailed Market Rules, Service Order 98/1/3*. Price-water House Coopers, 1998.
- [2] Coopers. *Working Paper 3 - Detailed Market Rules, Service Order 98/1/3*. Price-water House Coopers, 1998.
- [3] H. Rudnick, M. Souto, and R. Palma. Use of System Approaches for Transmission Open Access Pricing. *Electric Power and Energy System*, 21(1):125–135, 1999.
- [4] H. Rudnick and R. Rainieri. Transmission Pricing Practices in Southamerica Utilities Police. pages 211–218, 1997.
- [5] J. L. Billera, D. C. Heath, and R. E. Verrecchia. A Unique Procedure for Allocating Common Costs From a Production Process. *Journal of Accounting Research*, 19:185–196, 1981.
- [6] J. L. Billera and D. C. Heath. Allocation of Shared Costs: a Set of Axioms Yielding a Unique Procedure. *Mathematics of Operations Research*, 7:32–39, 1982.
- [7] X. V. Filho, S. Granvile, M. V. F. Pereira, B. G. Gorenstin, J. C. Mello, and A. C. G. Melo. Ancillary Services: How to Allocate Costs in an Optimisation-based Framework. CIGRÉ Symposium, Neptun, 1997.
- [8] Morales J. C. Alocação do Custo de Congestionamento em Sistemas de Energia Elétrica via Teoria dos Jogos Cooperativos. Dissertação de Mestrado - Engenharia Elétrica, UFSC, 1999.
- [9] M. K. Amboni. Alocação do Sobrecusto Operativo de Sistemas de Energia Elétrica via Teoria dos Jogos. Dissertação de Mestrado - Engenharia Elétrica, UFSC, Setembro, 2001.

- [10] E. L. Silva, J. C. Morales, and A. C. G. Melo. Generation Cost Allocation: A Methodology Based on Optimal Power Flow and Cooperative Game Theory. In *Proceedings of the IEEE Porto Power Tech*, pages 312–316, Porto-Portugal, 2001.
- [11] P. A. Kattuman, J. W. Bialek, and N. Abi-Samra. Electricity Tracing and Cooperative Game Theory. In *Proceedings of the Power System Computation Conference*, pages 238–243, Sevilha, 2002.
- [12] F. D. Galiana, A. J. Conejo, and I. Kockar. Incremental Transmission Loss Allocation Under Pool Dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(1):582–591, Fevereiro, 2002.
- [13] Cardell J. and M. Ilic. *The Control and Operation of Distributed Generation in a Competitive Electric Market*. Kluwer Academic Publishers, 453-518, 1998.
- [14] L. S. Hyman. *Setting the Stage - Power Systems Restructuring-Engineering and Economics*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [15] F. Galiana M. Ilic. *Power System Operation: Old x New - Power Systems Restructuring-Engineering and Economics*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [16] L. H. Fink. *New Control Paradigms for Deregulation, Power Systems Restructuring-Engineering and Economics*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [17] Castrunovo E. D. and Barboza L. V. Aplicação de Metodologias de Fluxo de Potência Ótimo na Definição de Estratégias de Planejamento Operação de Sistemas de Potência. Documentação de Disciplina Especial - PGEEL, UFSC, Agosto, 1997.
- [18] F. F. Wu and P. Varaiya. Coordinated Multilateral Trades for Electric Power Networks: Theory and Implementation. *Electric Power and Energy System*, 21(1):75–100, 1999.
- [19] P. H Born and A. A. Almeida. Mudanças Estruturais no Setor Elétrico: Formação e Regulação de Preços. In *XV SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Brasil, 1999.
- [20] Ministério das Minas e Energia Brasil. Documento de Apoio A - Resumo do Marco Regulatório Brasileiro. www.energiabrasil.gov.br, 2002.

- [21] R. Kelman. A Nova Operação do Sistema Elétrico Brasileiro - Exemplo da Cadeias de Modelo de Planejamento Operativo. Apostila, 3^a edição Pontifícia Universidade Católica - Rio de Janeiro, 1999.
- [22] J. W. Zarnikau M. L. Baughman, S. N. Siddiqi. Advanced Pricing in Electrical Systems Part i: Theory. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1):489–495, 1997.
- [23] A. A. El-Keib and X. Ma. Calculating Short-Run Marginal Costs of Active and Reactive Power Production. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(2):559–565, 1997.
- [24] J. G. Waight M. Aganagic, K. H. Abdul-Rahman. Spot Pricing of Capacities for Generation and Transmission of Reserve in an Extended Poolco Model. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1):489–495, 1997.
- [25] J. W. Lamont and J. Fu. Cost Analysis of Reactive Power Support. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(3):890–898, 1999.
- [26] S. Hao and A. Papalexopoulos. Reactive Power Pricing and Management. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1):95–104, 1997.
- [27] S. N. Siddiqi M. L. Baughman. Real-Time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(1):23–29, 1991.
- [28] A. D. Seshadri, P. S. Patton. Bus Voltage Sensitivity: An Instrument for Pricing Voltage Control Service. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(2):703–707, Maio, 1999.
- [29] E. L. da Silva. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. Editora Sagra Luzzatto, 2001.
- [30] Y. Dai, Y. X. Ni, C. M. Shen, F. S. Wen, Z. X. Han, and Felix F. Wu. A Study of Reactive Power Marginal Price in Electricity Market. *Electrical Power Research*, 57:41–48, 2001.
- [31] Chattopadhyay D. and Read E. G. Chakrabarti B. B. Pricing for Voltage Stability. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 235–240, Janeiro, 2001.

- [32] S. M. V. Rueda and K. C. Almeida. Optimal Power Flow Under Variable Load Conditions: Reactive Power Cost Modelling. In *IEEE Power Industry Computer Applications Conference*, Sydney-Australia, 2001.
- [33] R. N. Dhar. *Computer Aided Power System Operation and Analysis*. Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 1982.
- [34] A. J. Conejo, F. Galiana, and I. Kockar. Z-Bus Loss Allocation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(1):105–110, 2001.
- [35] F. Galiana, A. J. Conejo, and I. Kockar. Incremental Transmission Loss Allocation Under Pool Dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(1):26–33, Fevereiro, 2002.
- [36] M. H. Huang and H. Zhang. Transmission Loss Allocation and Pricing via Bilateral Energy Transactions. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(3):720–725, 1997.
- [37] A. Zobian and M. D. Ilić. Unbundling of Transmission and Ancillary Services - Part: Technical Issues. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2(2):539–548, 1997.
- [38] Gross G. and Tao S. A Loss Allocation Mecanism for Power System Transactions. Bulk power system dynamics and control IV - Restructuring, Agosto, 1998.
- [39] L. G. B. Marzano. Estudo de Alternativas de Partição de Custos de Potência Reativa em Sistemas de Transmissão em Ambiente Competitivo. Dissertação de Mestrado - Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica - Rio de Janeiro, 1998.
- [40] EPRI. Transmission Services Costing Framework. Electric Power Research Institute - Report TR 105121-V2, January 1995.
- [41] A. Whitehead. A New Market in Reactive Power. Birmingham - UK, 2000.
- [42] A. G. Bakirtzis. Aumann-Shapley Transmission Congestion Pricing. *IEEE Power Engineering Review*, 21(3):67–69, 2001.
- [43] J.D. Finney, H.A. Othman, and W.L. Rutz. Evaluating Transmission Congestion Constraints in System Planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(3):1143–1150, 1997.

- [44] H. P. Young. *Cost Allocation: Principles, Methods, Applications*. North Holland, Netherlands, 1983.
- [45] A. D. R. Medeiros, Salgado R. S., and H. H. Zürn. Alocação do Custo de Congestionamento por Limite de Tensão e Potência Reativa em Sistemas In *XIV Congresso Brasileiro de Automática*, Natal-RN, Brasil, 2002.
- [46] J. Von Neumann. *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton University Press, 1944.
- [47] H. Singh. Tutorial: Game Theory Application in Power System. In *Proceedings of the IEEE/PES Summer Meeting*, Alberta-Canada, 1999.
- [48] R. Aumann. *Game Theory*. The New Palgrave McMillan, London, 1987.
- [49] L. Geerli, L. Chen, and Yokoyama R. Pricing and Operation in Deregulated Electricity Market by Noncooperative Game. *Electric Power System Research*, 57:133–139, 2001.
- [50] Z. A Styczynski. Power Network Planning Using Game Theory. In *Proceedings of the Power System Computation Conference*, pages 607–613, Trondheim, 1999.
- [51] A. D. R. Medeiros, Salgado R. S., and H. H. Zürn. Uma Metodologia para Obtenção de Fatores de Perdas Nodais via Teoria dos Jogos. In *XVI SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Campinas-SP, Brasil, 2001.
- [52] L. S. Shapley. A Value for n-person Games: Contributions to the Theory of Games. *Annals of Mathematics Studies - Princeton University*, 2(28):307–317, 1953.
- [53] D. B. Gillies. Some Theorems on n-person Games. PhD Thesis - Department of Mathematics, 1953.
- [54] L. S. Shapley. Cores of Convex Games. *International Journal of Game Theory*, 1:11–26, 1971.
- [55] L. S. Shapley. Monotonic Solutions of Cooperative Games. *International Journal of Game Theory*, 1:71–76, 1985.

- [56] T.T. Lie X. Tan. Application of the Shapley Value on Transmission Cost Allocation in the *Proceedings of the IEEE - Part C*, 149(1):15–20, 2002.
- [57] A. M. L Silva, J. G. C. Costa, J.C.O. Mello, J.C. Abreu, and R. Romero, S.P. Treistman. Fatores de Perda Aplicados na Medição do MAE. In *XVI SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Campinas-SP, Brasil, 2001.
- [58] N. H. Dandachi, O. Alsaç, M. Prais, and B. Stott. OPF for Reactive Pricing Studies on the NGC System. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(1):226–232, 1996.
- [59] A. P. Lozano. Estudo do Congestionamento em Sistemas Desregulamentados Considerando o Efeito das Perdas nas Linhas de Transmissão e a Distribuição de Potência Reativa. Dissertação de Mestrado - Engenharia Elétrica, UFSC, Fevereiro, 2001.
- [60] T.T. Lie X. Tan. Allocation of Transmission Loss Cost Using Cooperative Game Theory in the Context *Proceedings of the IEEE/PES Winter Meeting*, 3:1215–1219, 2001.
- [61] A. D. R. Medeiros, R. S. Salgado, and H. H. Zürn. Uma Metodologia Para Obtenção de Fatores de Perdas Nodais. In *Anais do Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, pages 067–072, Campinas-SP, Brasil, 2001.
- [62] A. D. R. Medeiros, I. L. Freiria, and Salgado R. S. Benefits of Using an OPF Program in Power System Operation Planning. In *VIII SEPOPE Symposium of specialists in electric operational and expansion planning*, Brasília-DF, Brasil, 2002.